

2. Pat. № 2601875 Rossijskaja Federacija, MPK H02J13/00 Sposob upravlenija jelektropotrebiteľjami po silovoj seti / Popov N.M., Kirilin A.A., Olin D.M. – Zajavitel' i patentoobladatel' FGBOU VPO «Kostromskaja gosudarstvennaja sel'skohozjajstvennaja akademija», № 2015107405; zajavl. 03.03.2015, opubl. 17.10.2016, Bjul. № 31.
3. Osnovy teorii cepej: ucheb. dlja vuzov / G.V. Zeveke, P.A. Ionkin, A.V. Netushil [i dr.]. – 5-e izd., pererab. – M.: Jenergoatomizdat, 1989. – 528 s.
4. GOST 32144-2013. Jelektricheskaja jenergija. Sovmestimost' tehničeskikh sredstv jelektromagnitnaja. Normy kachestva jelektricheskoi jenergii v sistemah jelektrosnabzhenija obshhego naznachenija. Vveden 2014–07–01. – M.: Standartinform, 2014.
5. Mel'nikov N.A. Matrichnyj metod analiza jelektricheskikh cepej. – M.: Gosjenergoizdat, 1972. – 231 s.
6. Soldatov V.A., Popov N.M. Modelirovanie transformatorov raspreditel'nyh setej v faznyh koordinatah. – Kostroma, 2003. – 53 s. – Dep. v VINITI 08.07.2003, № 1308-V2003.
7. Soldatov V.A., Popov N.M. Modelirovanie parametrov K-faznyh linij jelektrperedachi v faznyh koordinatah. – Kostroma, 2003. – 27 s. – Dep. v VINITI 08.07.2003, № 1306-V2003.



УДК 631.331.62-66

И.О. Богульский, Н.А. Богульская

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМЫ КУЛАЧКА, ОБЕСПЕЧИВАЮЩЕЙ ОПТИМАЛЬНУЮ РАБОТУ ВЫСЕВАЮЩЕГО УСТРОЙСТВА ВИБРАЦИОННОГО ТИПА

I.O. Bogulsky, N.A. Bogulskaya

MODELLING OF THE FORM OF THE CAM ENSURING OPTIMUM FUNCTIONING OF THE SOWING DEVICE OF VIBRATION TYPE

Богульский И.О. – д-р физ.-мат. наук, проф. каф. высшей математики и компьютерного моделирования Красноярского государственного аграрного университета, г. Красноярск. E-mail: bogul.io@ya.ru

Богульская Н.А. – канд. физ.-мат. наук, доц. каф. прикладной математики и компьютерной безопасности, НУЛ информационной безопасности Института космических и информационных технологий Сибирского федерального университета, г. Красноярск. E-mail: bogul.io@ya.ru

Bogulsky I.O. – Dr. Phys.-Math. Sci., Prof., Chair of Higher Mathematics and Computer Modeling, Krasnoyarsk State Agrarian University, Krasnoyarsk. E-mail: bogul.io@ya.ru

Bogulskaya N.A. – Cand. Phys.-Math. Sci., Assoc. Prof., Chair of Applied Mathematics and Computer Safety, NUL Information Security, Institute of Space and Information Technologies, Siberian Federal University, Krasnoyarsk. E-mail: bogul.io@ya.ru

При высыпании гранул появляются эффекты, вызванные дискретностью среды, ее неоднородностью, нелинейным характером взаимодействия гранул, их переупаковкой, возникновением зон разрыхления и уплотнения. Ранее были получены результаты применения имитационного моделирования для исследования поведения гранулированной среды

в вибрирующих сосудах. Подход оказался достаточно эффективным и позволил в дальнейшем решить ряд прикладных задач по совершенствованию конструкции универсального высевающего устройства, основанного на вибрации лотка с семенами. Основным критерием эффективности решения сформулированных задач является равномерность вы-

сева семян через отверстия дна. Оптимизация процесса велась в двух направлениях. Оптимизировались геометрические параметры конструкции – ширина лотка, высота заполнения семенами, расположение высеваящих отверстий в дне и т.д. Проводилась оптимизация механических параметров – амплитуды и частоты колебаний лотка. Единственное, что оставалось неизменным, было то, что лоток совершал гармонические колебания. В работе сделана попытка оптимизировать работу вибрационного высевящего аппарата в зависимости от формы поверхности кулачка, т.е. от режима горизонтальных колебаний лотка. Модель движения гранулированной среды в качестве сил взаимодействия предполагает упругие силы контактного взаимодействия между соседними частицами, силы трения между соседними гранулами, стенками и дном и вязкие силы, введенные по аналогии с жидкими средами. Эти вязкие силы достаточно реальны и характеризуют влажность рассматриваемого объема. В модели вязкие силы необходимо вводить для корректного численного решения задачи. Так как задача Коши, возникающая в данном случае, является достаточно жесткой – собственные числа оператора перехода чисто мнимые. В этом случае даже энергетически согласованная схема Рунге-Кутты второго порядка, используемая в работе, недостаточно обеспечивает численное решение искусственной, вычислительной вязкостью. Поэтому введение физической, релеевской вязкости хорошо стабилизирует численное решение. Разумный компромисс находится только при множественном вычислительном эксперименте.

Ключевые слова: гранулированная среда, сплайн-интерполяция, численное моделирование.

At the rash of granules there are effects caused by discretization of the environment, its heterogeneity, nonlinear nature of interaction of granules, their repacking, the emergence of zones of loosening and consolidation. Earlier results of application of imitating modeling for research of behavior of the granulated environment in vibrating vessels were received. The Approach was rather effective and allowed to solve further a number of applied prob-

lems of improvement of the design of universal sowing device based on vibration of the tray with seeds. The main criterion of the efficiency of the solution of formulated tasks is uniformity of seeding of seeds through bottom openings. The optimization of the process was conducted in two directions. Geometrical parameters of the design, i.e. the tray width, the height of filling with seeds, the arrangement of the sowing openings in day, etc. were optimized. The optimization of mechanical parameters, i.e. amplitudes and frequencies of fluctuations of the tray was performed. The only thing remaining invariable was the tray making harmonic oscillations. In the study the attempt to optimize the operation of vibration sowing device depending on the cam surface form, i.e. from the mode of horizontal fluctuations of the tray was made. The model of the movement of the granulated environment as forces of interaction assumes elastic forces of contact interaction between neighboring particles, friction forces between the neighboring granules, walls and the bottom and the viscous forces entered by analogy with liquid environments. These viscous forces are rather real and characterize the humidity of considered volume. Viscous forces need to be entered into the models for the correct numerical solution of the task. As Cauchy's task arising in this case is rather rigid, i.e. own numbers of the operator of transition are purely imaginary. In this case the even energetically coordinated Runge-Kutt's scheme of the second order used in the study provides the numerical decision with artificial, computing viscosity insufficiently. Therefore the introduction of physical, Rayleigh viscosity stabilizes the numerical decision well. Reasonable compromise is reached only at multiple computing experiment.

Keywords: granulated environment, spline interpolation, numerical modeling.

Введение. Статья продолжает цикл работ авторов, посвященных исследованию поведения гранулированной среды в вибрирующих сосудах. Вибрация изменяет свойства среды, делает ее более текучей. Процесс высыпания гранул через отверстия в дне сосуда в чем-то схож с вытеканием жидкости. Но при этом есть существенные отличия. При высыпании гранул появляются эффекты, вызванные дискретностью среды, ее неоднородностью, нелинейным характером взаимодействия гранул, их переупаковкой, возникновением зон разрыхления и

уплотнения. В работах [1–3] приведены результаты применения имитационного моделирования для исследования поведения гранулированной среды в вибрирующих сосудах.

Подход оказался достаточно эффективным и позволил в дальнейшем решить ряд прикладных задач по совершенствованию конструкции универсального высевающего устройства, основанного на вибрации лотка с семенами. Было предложено решение ряда задач движения гранулированной среды не только в плоских лотках, но и в высевающих устройствах роторного типа, а также для гранул неправильной формы [2].

Основным критерием эффективности решения сформулированных задач является равномерность высева семян через отверстия дна. Оптимизация процесса велась в двух направлениях. Оптимизировались геометрические параметры конструкции – ширина лотка, высота заполнения семенами, расположение высевающих отверстий в дне и т.д. Проводилась оптимизация механических параметров – амплитуды и частоты колебаний лотка.

Единственное, что оставалось неизменным, было то, что лоток совершал гармонические колебания. Однако технологически выполнить кулачок с поверхностью заданной формы не составляет принципиальной сложности. В данной работе приведены результаты оптимизации работы вибрационного высевающего аппарата в зависимости от формы поверхности кулачка, т.е. от режима горизонтальных колебаний лотка.

Задавать форму кулачка можно множеством различных способов. В работе выбрана аппроксимация кубическими сплайнами [4], причем в

простейшем варианте, когда один период функции формы разбивается на два интервала: монотонно возрастающий и монотонно убывающий.

К выбору интерполяции кубическими сплайнами привел как достаточно простой и устойчивый аналитический расчет поверхности кулачка, так и то, что именно сплайновое представление кривых и поверхностей используется при управлении работой металлорежущего инструмента на станках с числовым программным управлением. Кроме того, это обеспечивает достаточно гладкую аппроксимацию.

В качестве желаемой формы поверхности кулачка можно выбрать практически любую, задав разбиение периода на внутренние интервалы. В данной работе выбрано два участка – возрастающий и ниспадающий.

Цель работы. Определение зависимости поведения гранулированной среды в вибрирующем лотке от формы поверхности кулачка. Так как различные формы поверхности обеспечивают различные режимы движения лотка – от равномерного до существенного неравномерного – сдергивания.

Методика расчета. В полярных координатах ρ, φ уравнение поверхности кулачка можно записать

$$\rho = \rho_0 + x(\varphi),$$

где величина ρ_0 постоянна, а изменение дополнительного радиуса $x(\varphi)$ будем строить в виде двух ветвей $f_1(\varphi)$ и $f_2(\varphi)$, представляющих кубическую сплайн-интерполяцию функции $x(\varphi)$ на отрезках $[0, \alpha]$ и $[\alpha, 2\pi]$ (рис. 1).

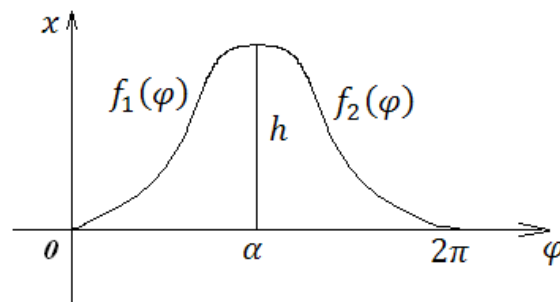


Рис. 1. Форма поверхности кулачка

Функции f_1 и f_2 будем искать в виде:

$$f_1 = a_1 + a_2\varphi + a_3\varphi^2 + a_4\varphi^3 \quad (1)$$

$$f_2 = b_1 + b_2(\varphi - 2\pi) + b_3(\varphi - 2\pi)^2 + b_4(\varphi - 2\pi)^3. \quad (2)$$

Учитываем краевые условия:

$$\begin{aligned} f_1(0) = 0 &\Rightarrow a_1 = 0; \\ f_1'(0) = 0 &\Rightarrow a_2 = 0; \\ f_2(2\pi) = 0 &\Rightarrow b_1 = 0; \\ f_2'(2\pi) = 0 &\Rightarrow b_2 = 0. \end{aligned}$$

С учетом краевых условий получаем:

$$f_1 = a_3 + a_4\varphi^3; \quad (3)$$

$$f_2 = b_3(\varphi - 2\pi)^2 + b_4(\varphi - 2\pi)^3; \quad (4)$$

$$f_1' = 2a_3\varphi + 3a_4\varphi^2; \quad (5)$$

$$f_2' = 2b_3(\varphi - 2\pi) + 3b_4((\varphi - 2\pi)^2). \quad (6)$$

При $\varphi = \alpha$ функции f_1 и f_2 совпадают и принимают значение h . Также совпадают первые и вторые производные этих функций. Окончательно коэффициенты a_3, b_3, a_4, b_4 выражаются через α и h по формулам (7):

$$\begin{aligned} a_3 &= -\frac{3h\pi}{\alpha^2(\alpha-2\pi)}; \\ b_3 &= \frac{3h\pi}{\alpha(\alpha-2\pi)^2}; \\ a_4 &= \frac{h(\alpha+\pi)}{\alpha^3(\alpha-2\pi)}; \\ b_4 &= \frac{h(\alpha-3\pi)}{\alpha(\alpha-2\pi)^3}. \end{aligned} \quad (7)$$

Вычислительный эксперимент проведем задав шаг $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{50}$. Значение текущего шага в ходе расчетов $\varphi = n \cdot \Delta\varphi$. Выполняем оптимизацию формы кулачка в зависимости от значений $\alpha = N_1 \cdot \Delta\varphi$ и h , где α – точка сопряжения.

При $n < N_1$: $x = a_3\varphi^2 + a_4\varphi^3$, $n \geq N_1$: $x = b_3(\varphi - 2\pi)^2 + b_4(\varphi - 2\pi)^3$.

В качестве критерия равномерности высева в программе вычисляется дисперсия случайной величины, принимающей значения разности количества выпадений через различные отверстия в дне лотка.

Результаты исследования. Вычисления выполнялись для прямоугольного лотка шириной 50 см (рис. 2). Первоначально он заполнен гранулами на высоту 30 см. Бункер заполнен гранулами и обеспечивает пополнение лотка в процессе работы. Гранулы представляют собой шарики диаметром 0,8 см. В дне лотка расположены 3 отверстия диаметром 2,5 см. Плотность гранул принята равной единице. Жесткость упругого взаимодействия задана такой, чтобы в неподвижном положении на плоскости деформация гранулы под действием веса составляла 1/10 радиуса. Круговая частота периодического движения принята равной 10 гц. Это соответствует тому, что вращение напрямую передается с вала отбора мощности. Изменение частоты с помощью редуктора не предусматривалось. Релеевская вязкость принята равной 7–14 кг/с.

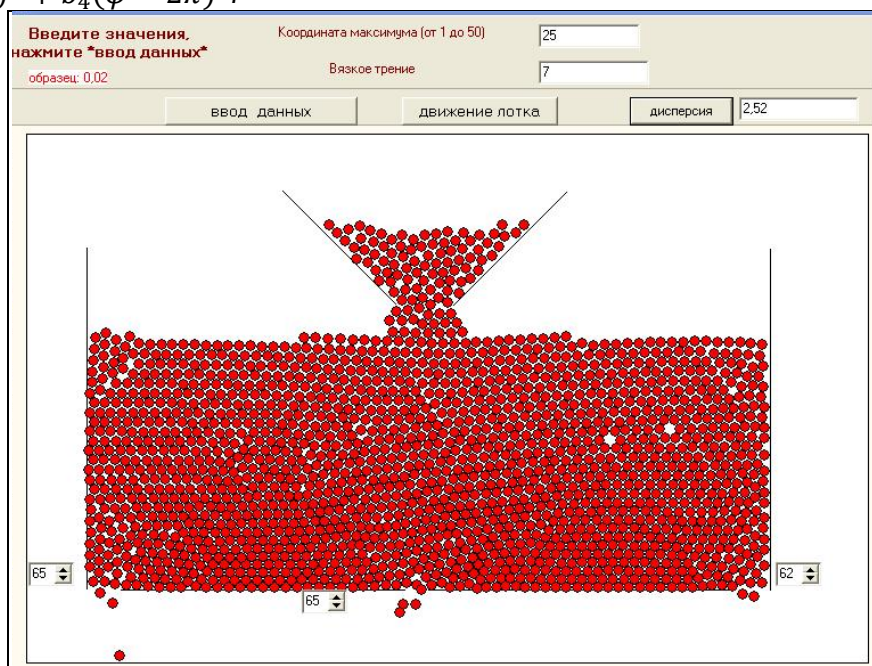


Рис. 2. Результаты эксперимента для симметричной поверхности кулачка

Эксперимент показал, что для среды с небольшой вязкостью наименьшая дисперсия, а значит большая равномерность высева, достигается для точки сопряжения в середине интервала $[0, 2\pi]$. Увеличение вязкости приводит к существенному изменению в поведении среды.

Выпадение через отверстия становится неравномерным, образуются зоны застоя, что согласуется с возрастанием величины дисперсии.

Смещение точки сопряжения α от центра при увеличении вязкости (рис. 3) дает эффект «встрягивания» и принудительного высыпания.

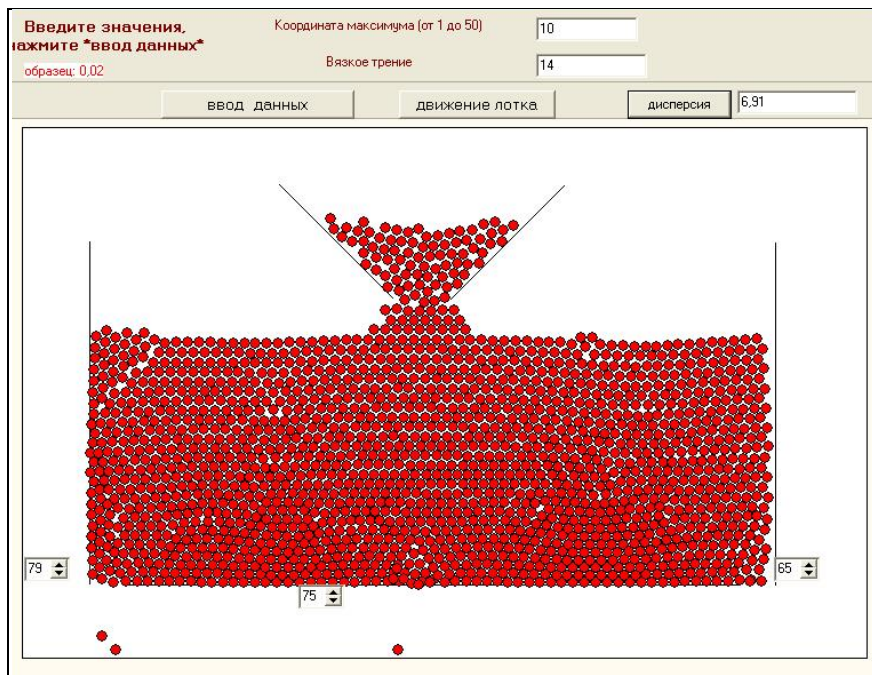


Рис. 3. Результаты эксперимента для несимметричной поверхности кулачка

Выводы. Модель движения гранулированной среды в качестве сил взаимодействия предполагает упругие силы контактного взаимодействия между соседними частицами, силы трения между соседними гранулами, стенками и дном и вязкие силы, введенные по аналогии с жидкими средами [3]. Эти вязкие силы достаточно реальны и характеризуют влажность рассматриваемого объема. В модели вязкие силы необходимо вводить для корректного численного решения задачи. Так как задача Коши, возникающая в данном случае, является достаточно жесткой, собственные числа оператора перехода чисто мнимые. В этом случае даже энергетически согласованная схема Рунге-Кутты второго порядка, используемая в работе, недостаточно обеспечивает численное решение искусственной, вычислительной вязкостью. Поэтому введение физической, релеевской вязкости хорошо стабилизирует численное решение.

Интуитивно понятно, что «встряхивание» будет малоэффективным, если вязкость достаточно велика. Ожидать повышения высыпаемости можно при сухих гранулированных средах. Однако выбирать вязкость очень малой или вообще нулевой нельзя из-за необходимости корректного численного решения задачи для жесткой системы обыкновенных дифференциальных

уравнений. Разумный компромисс находится только при множественном вычислительном эксперименте.

По результатам экспериментов сделаны следующие выводы. Для вязкой среды наибольшая равномерность высыпания гранул реализуется при колебании лотка, близком к гармоническому, что соответствует форме симметричного кулачка. Несимметричная форма кулачка, приводящая к резкому сдвиганию лотка, убирает застойные зоны вблизи отверстий в дне, возникающие из-за арочного эффекта, обусловленного сухим трением.

Литература

1. Богульская Н.А., Богульский И.О. Численное моделирование движения гранулированной среды в подвижных сосудах // Вычислительные технологии. – 2011. – № 2. – С. 27–34.
2. Богульский И.О., Богульская Н.А. Моделирование движения неоднородной гранулированной среды с гранулами неправильной формы // Вестник КрасГАУ. – 2012. – № 11. – С. 41–49.
3. Богульская Н.А., Богульский И.О., Вишняков А.А. Моделирование поведения грану-

- лированной среды. – Красноярск, 2013. – 90 с.
4. Квасов Б.И. Методы изогеометрической аппроксимации сплайнами. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 360 с.
2. Bogul'skij I.O., Bogul'skaja N.A. Modelirovanie dvizhenija neodnorodnoj granulirovannoj sredy s granulami nepravil'noj formy // Vestnik KrasGAU. – 2012. – № 11. – S. 41–49.
3. Bogul'skaja N.A., Bogul'skij I.O., Vishnjakov A.A. Modelirovanie povedenija granulirovannoj sredy. – Krasnojarsk, 2013. – 90 s.
4. Kvasov B.I. Metody izogeometricheskoj approksimacii splajnami. – М.: FIZMATLIT, 2006. – 360 s.

Literatura

1. Bogul'skaja N.A., Bogul'skij I.O. Chislennoe modelirovanie dvizhenija granulirovannoj sredy v podvizhnyh sosudah // Vychislitel'nye tehnologii. – 2011. – № 2. – S. 27–34.

