

**Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
«Красноярский государственный аграрный университет»**

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

**Методические указания
для самостоятельного изучения дисциплины**

Красноярск 2025

Рецензент
И.В. Сабодах, канд. физ.-мат. наук, доц.

Брит, А.А. Дискретная математика: Метод. указания для самостоят. изучения дисциплины / Краснояр. гос. аграр. ун-т. - Красноярск, 2025. - 17 с.

Основной задачей методических указаний является оказание помощи студентам для самостоятельного изучения дисциплины «Дискретная математика».

Предназначены для студентов очного отделения по направлению 09.03.03 «Прикладная информатика».

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Красноярского государственного аграрного университета

© Брит А.А., 2025
© ФГБОУ ВО «Красноярский государственный аграрный университет», 2025

СОДЕРЖАНИЕ

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ. КОМПЕТЕНЦИИ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ	5
2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	6
3. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И ЗАЯВЛЕННЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ	8
4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ	12
5. БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	13
6. ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ.....	14
7. ВОПРОСЫ	16

ВВЕДЕНИЕ

Дискретная математика является фундаментальной дисциплиной, которая лежит в основе современных информационных технологий, компьютерных наук, криптографии, теории алгоритмов и многих других областей. Ее методы и концепции широко применяются для решения задач, связанных с обработкой дискретных данных, анализом структур, моделированием сложных систем и разработкой алгоритмов.

Дискретная математика представляет собой один из ключевых разделов современной математики, который занимается изучением структур, объектов и процессов, имеющих дискретную (прерывную) природу. В отличие от непрерывной математики, которая оперирует с бесконечно малыми величинами и гладкими функциями, дискретная математика фокусируется на конечных или счетных множествах, таких как графы, последовательности, логические выражения, алгоритмы и комбинаторные конструкции. Эта дисциплина лежит в основе многих современных технологий и научных направлений, включая компьютерные науки, криптографию, теорию информации, искусственный интеллект, теорию алгоритмов, а также проектирование и анализ вычислительных систем.

Методы дискретной математики активно применяются для решения задач, связанных с обработкой и анализом дискретных данных, моделированием сложных систем, оптимизацией сетевых структур, разработкой алгоритмов и программного обеспечения. Например, теория графов используется для анализа социальных сетей, маршрутизации в компьютерных сетях и проектирования баз данных, а булева алгебра и логические функции являются основой для проектирования цифровых схем и разработки языков программирования.

Изучение дискретной математики развивает логическое мышление, способность к абстрактному анализу и навыки решения сложных задач, что делает ее незаменимой для студентов, специализирующихся в области информатики, прикладной математики, инженерии и других технических дисциплин.

В данном методическом пособии содержится программа, методические указания и примеры заданий по дисциплине.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ. КОМПЕТЕНЦИИ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ

Дисциплина Дискретная математика относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» подготовки студентов по направлению 09.03.03 «Прикладная информатика». Дисциплина реализуется в институте Экономики и управления АПК кафедрой Информационных технологий и математического обеспечения информационных систем.

Дисциплина нацелена на формирование универсальных компетенций выпускника:

УК–2 - способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений

Общепрофессиональных компетенций выпускника:

ОПК-1 - способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных с ознакомлением студентов с основами современной дискретной математики, формированием навыков работы с абстрактными понятиями математики, знакомство с прикладными задачами дисциплины.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, лабораторные работы, самостоятельная работа студента.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости в форме опроса, выполнения заданий, тестирования и промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 часа.

2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Содержание дисциплины представлено в виде тематического плана:

Модуль 1. Теория множеств

Модульная единица 1.1 Понятие множества

Понятие множества. Примеры. Элемент множества. Виды множеств. Числовые множества. Отношения между множествами. Взаимно-однозначное соответствие. История развития теории множеств. Операции над множествами. Свойства операций. Диаграммы Эйлера-Венна.

Модульная единица 1.2 Мощность множества

Конечные множества. Свойства конечных множеств. Примеры. Бесконечные множества. Примеры. Мощность множеств. Сюръекция. Биекция. Инъекция. Равномощные множества. Свойства равномощных множеств. Счетные множества. Континуум. Свойства счетных множеств.

Модуль 2. Основы математической логики

Модульная единица 2.1 Основы исчисления высказываний

История развития математической логики. Понятие высказывания. Операции над высказываниями. Таблицы истинности. Формулы алгебры высказываний. Равносильные формулы. Дизъюнктивная нормальная форма. Конъюнктивная нормальная форма. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма. Совершенная конъюнктивная нормальная форма.

Модульная единица 2.2 Логика и исчисление предикатов

Язык логики предикатов. Кванторы. Термы и формулы. Алфавит и группы символов. Область действия кванторов. Свободные и связанные переменные. Интерпретация. n -местный предикат. Область истинности. Равносильности. Многозначные логики.

Модульная единица 2.3 Элементы теории алгоритмов

Математическая лингвистика. Языки. Алфавит. Автоматы. Конечные автоматы. Алгоритм. Свойства алгоритма. Область применения алгоритма. Машина Тьюринга.

Модуль 3. Теория графов

Модульная единица 3.1 Основные понятия теории графов

Основные понятия теории графов. Смежность, инцидентность, степени. Способы задания графов. Подграфы. Операции на графах. Связность. Компоненты связности. Маршруты и пути. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Методы нахождения кратчайшего пути

Модульная единица 3.2 Деревья

Деревья и леса. Свободные деревья. Задача о соединении городов. Ориентированные, упорядоченные и бинарные деревья. Способы задания деревьев. Деревья сортировки.

3. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И ЗАЯВЛЕННЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

Текущая аттестация студентов производится в дискретные временные интервалы преподавателем, ведущими лекционные и лабораторные занятия по дисциплине в следующих формах:

- тестирование;
- опрос
- выполнение заданий;
- отдельно оцениваются личностные качества студента (аккуратность, исполнительность, инициативность) – работа у доски, своевременная сдача тестов, отчетов к лабораторным работам и письменных домашних заданий.

Рейтинг – план дисциплины

Дисциплинарные модули (ДМ)	Количество академических часов	Рейтинговый балл
M ₁	24	20
M ₂	52	20
M ₃	32	20
Экзамен	36	40
Итого часов	144	100

Распределение баллов по модулям

Модуль	Максимально возможный балл по видам работ				ИТОГО
	Текущая работа			Аттестация	
	Опрос	Выполнение заданий	Тестирование по модулям	Экзамен	
M ₁	5	5	10		20
M ₂	5	5	10		20
M ₃	5	5	10		20
Экзамен				40	40
ИТОГО	15	15	30	40	100

Задания по всем видам текущей работы и промежуточной аттестации, а также критерии оценивания приведены в ФОС по дисциплине «Дискретная математика».

Промежуточный контроль по результатам 2 семестра по дисциплине – **экзамен** проходит в форме контрольного итогового тестирования.

Для допуска к промежуточному контролю студент должен набрать необходимое количество баллов по итогам текущей аттестации – **40-60** баллов.

Итоговое тестирование включает в себя тестирующие материалы по всему курсу «Дискретная математика» и проводится в ЭИОС «Moodle».

Оценивание итогового тестирования осуществляется по следующим критериям:

Обучающийся, давший правильные ответы 87-100% тестирующих материалов (1-5 ошибок), получает максимальное количество баллов – 40.

Обучающийся, давший правильные ответы в пределах 73-86% тестирующих материалов (6-10 ошибок), получает 20 баллов.

Обучающийся, давший правильные ответы в пределах 60-72% (11-15 ошибок) тестирующих материалов, получает 10 баллов.

Баллы, полученные на итоговом тестировании, суммируются с баллами, полученными в течение семестра на текущей аттестации, и выводится итоговая оценка за экзамен по следующим критериям:

60 – 73 – минимальное количество баллов – оценка «удовлетворительно».

74 – 86 – среднее количество баллов – оценка «хорошо».

87 – 100 – максимальное количество баллов – оценка «отлично».

Обучающийся, не сдавший экзамен, приходит на пересдачу в сроки в соответствии с графиком ликвидации академических задолженностей: http://www.kgau.ru/new/news/news/2017/grafik_lz.pdf.

Вопросы к экзамену

1. Понятие множества. Примеры. Элемент множества. Виды множеств. Числовые множества.

2. Отношения между множествами. Взаимно-однозначное соответствие.

3. История развития теории множеств.

4. Операции над множествами. Свойства операций. Диаграммы Эйлера-Венна.

5. Конечные множества. Свойства конечных множеств. Примеры. Бесконечные множества. Примеры.
6. Мощность множеств. Сюръекция. Биекция. Инъекция. Равномощные множества. Свойства равномощных множеств.
7. Счетные множества. Континуум. Свойства счетных множеств.
8. История развития математической логики.
9. Понятие высказывания. Операции над высказываниями. Таблицы истинности.
10. Формулы алгебры высказываний. равносильные формулы.
11. Дизъюнктивная нормальная форма. Конъюнктивная нормальная форма.
12. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма. Совершенная конъюнктивная нормальная форма.
13. Язык логики предикатов. Кванторы. Термы и формулы.
14. Алфавит и группы символов. Область действия кванторов. Свободные и связанные переменные.
15. Интерпретация. n -местный предикат.
16. Область истинности. равносильности. Многозначные логики.
17. Математическая лингвистика. Языки. Алфавит. Автоматы. Конечные автоматы.
18. Алгоритм. Свойства алгоритма. Область применения алгоритма.
19. Машина Тьюринга.
20. Основные понятия теории графов. Смежность, инцидентность, степени.
21. Способы задания графов. Подграфы. Операции на графах.
22. Связность. Компоненты связности. Маршруты и пути.
23. Эйлеровы и гамильтоновы графы.
24. Методы нахождения кратчайшего пути
25. Деревья и леса. Свободные деревья. Задача о соединении городов.
26. Ориентированные, упорядоченные и бинарные деревья.

- 27. Способы задания деревьев.
- 28. Деревья сортировки.

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Самостоятельная работа магистрантов (СРС) организуется с целью развития навыков работы с учебной и научной литературой, выработки способности вести научно-исследовательскую работу, а также для систематического изучения дисциплины.

– Реализуются следующие формы организации самостоятельной работы магистрантов:

- работа над теоретическим материалом, прочитанным на лекциях;
- подготовка к лекционным и практическим занятиям;
- самотестирование по контрольным вопросам (тестам);
- самостоятельная работа с обучающими программами в компьютерных классах и в домашних условиях (система Moodle).

Таблица 4. - Перечень вопросов для самостоятельного изучения

№ п/п	№ модуля и модульной единицы	Перечень рассматриваемых вопросов для самостоятельного изучения	Кол-во часов
1.	самостоятельное изучение разделов дисциплины		9
1.1	Модуль 1. Теория множеств		
	Модульная единица 1.1 Понятие множества	История развития теории множеств.	1
1.2	Модуль 2. Основы математической логики		
	Модульная единица 2.3 Элементы теории алгоритмов	Машина Тьюринга.	2
1.3	Модуль 3. Математическая статистика		
	Модульная единица 3.1 Основные понятия и элементы математической статистики	Эйлеровы и гамильтоновы графы.	3
	Модульная единица 3.2 Методы и модели математической статистики	Деревья сортировки и их представления.	3
2.	подготовка к лекциям и практическим занятиям		18
3.	выполнение заданий		18
4.	подготовка к тестированию		9
Всего часов			54

5. БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

5.1. Карта обеспеченности литературой

1. Мальцев, И. А. Дискретная математика : учебное пособие / И. А. Мальцев. — 2-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 304 с.
2. Шевелев, Ю. П. Дискретная математика : учебное пособие / Ю. П. Шевелев. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 592 с.
3. Руководство к решению задач по дискретной математике. Для бакалавров по направлению подготовки: 09.03.03 «Прикладная информатика»; 38.03.05 «Бизнес-информатика»; 35.03.06 «Агроинженерия»; 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника» : учебно-методическое пособие / составитель А. А. Шубович. — Волгоград : Волгоградский ГАУ, 2015. — 88 с.

5.2. Информационно-телекоммуникационные ресурсы сети ИНТЕРНЕТ

Электронные библиотечные системы:

1. Электронная библиотечная система «Лань» e.lanbook.com
2. Электронная библиотечная система «Юрайт» <https://urait.ru/>

Электронные библиотеки

3. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU elibrary.ru
4. Научная библиотека Красноярского ГАУ www.kgau.ru/new/biblioteka

Информационные справочные системы

5. Справочная правовая система «КонсультантПлюс» <http://www.consultant.ru>

6. Информационно-правовой портал «Гарант»: <http://www.garant.ru>

Научные базы данных и профессиональные сайты

7. Русскоязычный сайт международного издательства Elsevier www.elsevierscience.ru (Списки журналов Scopus, Списки журналов ScienceDirect)

6. ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ

1. Перечислите элементы следующих множеств:

A – множество нечетных двухзначных чисел;

B – множество натуральных чисел меньших или равных 21;

C – множество двухзначных чисел, делящихся на 3.

2. Изобразите при помощи диаграмм Эйлера-Венна отношения между множествами C и D, если:

C – множество двухзначных чисел и D – множество четных натуральных чисел;

C – множество двухзначных чисел и D – множество трехзначных чисел;

C – множество двухзначных чисел и D – множество натуральных чисел, не меньших

3. Найдите объединение, пересечение, разность и симметрическую разность множеств A и B, если:

$A = \{-1, 3, -6, 0\}$, $B = \{2, 4, -6, 0\}$;

$A = \{п, л, в, ц, д, у\}$, $B = \{у, в, д, п, е\}$.

4. Докажите, что кардинальных чисел бесконечно много.

5. Докажите, что если из счетного множества удалить конечное подмножество, то оставшееся множество будет счетным.

6. Докажите, что множество целых чисел счетно.

7. Запишите с помощью логических операций следующие сложные высказывания:

а) "Пользователь не зарегистрирован";

б) "Сегодня воскресенье и некоторые сотрудники находятся на работе";

в) "Пользователь зарегистрирован тогда и только тогда, когда отправленные пользователем данные признаны годными".

8. Известно следующее: если Петя не видел Колю на улице, то либо Коля ходил в кино, либо Петя сказал правду; если Коля не ходил в кино, то Петя не видел Колю на улице, и Коля сказал правду; если Коля сказал правду, то либо он ходил в кино, либо Петя солгал. Выяснить, ходил ли Коля в кино.

9. У исполнителя Калькулятор две команды, которым присвоены номера:

1 - прибавь 3

2 - умножь на 4

Выполняя первую из них, Калькулятор прибавляет к числу на экране 3, а выполняя вторую, умножает его на 4. Запишите порядок команд в программе получения из числа 3 числа 57, содержащей не более 6 команд, указывая лишь номера команд. (Например, программа 21211 это программа

умножь на 4

прибавь 3

умножь на 4

прибавь 3

прибавь 3

которая преобразует число 2 в 50.)

Составьте дерево решений

10. Дан граф с вершинами $\{A, B, C, D\}$ и ребрами $\{(A, B), (B, C), (C, D), (D, A)\}$. Является ли он связным?

11. Упростите логическое выражение: $(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B)$.

12. Постройте таблицу истинности для функции $F(A, B) = A \vee \neg B$.

13. Найдите кратчайший путь от вершины A до вершины D в графе с ребрами: $(A, B, 2)$, $(A, C, 4)$, $(B, C, 1)$, $(B, D, 7)$, $(C, D, 3)$.

14. Найдите минимальное остовное дерево для графа:

Ребра: $(A, B, 1)$, $(A, C, 3)$, $(B, C, 2)$, $(B, D, 5)$, $(C, D, 4)$.

15. Раскрасьте граф с вершинами $\{A, B, C, D\}$ и ребрами $\{(A, B), (B, C), (C, D), (D, A)\}$ минимальным числом цветов.

16. Проверьте, существует ли гамильтонов цикл в графе:

- Вершины: $\{A, B, C, D\}$.
- Ребра: $\{(A, B), (B, C), (C, D), (D, A), (A, C)\}$.

17. Проверьте, существует ли эйлеров путь в графе:

- Вершины: $\{A, B, C, D\}$.
- Ребра: $\{(A, B), (B, C), (C, D), (D, A), (A, C)\}$.

18. Найдите максимальный поток из вершины A в вершину D в графе с ребрами: $(A, B, 3)$, $(A, C, 2)$, $(B, C, 1)$, $(B, D, 2)$, $(C, D, 3)$.

7. ВОПРОСЫ

Вопросы к модулю 1.

1. Что изучает дискретная математика?
2. Что называют элементом множества?
3. Дайте определение понятию «множество».
4. Какие виды множеств Вы знаете?
5. Какие отношения между множествами существуют? Опишите их. Приведите примеры.
6. Дайте определение понятию «Взаимно-однозначное соответствие». Приведите примеры.
7. Какие множества называют числовыми? Приведите примеры.
8. Какие множества называют конечными? Приведите примеры.
9. Какие множества называют счетными? Приведите примеры.
10. Какие множества называют бесконечными? Приведите примеры.
11. Дайте определение понятию «континуум».
12. Дайте определение понятию «Сюръекция». Приведите примеры.
13. Дайте определение понятию «Биекция». Приведите примеры.
14. Дайте определение понятию «Инъекция». Приведите примеры.
15. Какие множества называют равномоощными?

Вопросы к модулю 2.

1. Что изучает математическая логика?
2. Дайте определение понятию «высказывание». Приведите примеры.
3. Какие операции над высказываниями вы знаете? Опишите их, поясните на примерах.
4. Дайте определение понятию «таблица истинности». Приведите примеры.
5. Перечислите формулы алгебры высказываний.
6. Какие формулы называют равносильными?

7. Что называют дизъюнктивной нормальной формой? Приведите примеры.
8. Что называют конъюнктивной нормальной формой? Приведите примеры.
9. Что называют совершенной дизъюнктивной нормальной формой? Приведите примеры.
10. Что называют совершенной конъюнктивной нормальной формой? Приведите примеры.
11. Дайте определение понятию «предикат». Приведите примеры.
12. Дайте определение понятию «квантор». Приведите примеры.
13. Дайте определение понятию «область истинности». Приведите примеры.
14. Дайте определение понятию «автомат». Приведите примеры.
15. Дайте определение понятию «алгоритм». Опишите свойства и область применения. Приведите примеры.

Вопросы к модулю 3.

1. Что изучает теория графов?
 2. Дайте определение понятию «граф». Приведите примеры.
 3. Дайте определение понятию «смежность». Приведите примеры.
 4. Дайте определение понятию «инцидентность». Приведите примеры.
 5. Дайте определение понятию «степень». Приведите примеры.
 6. Дайте определение понятию «узел». Приведите примеры.
 7. Дайте определение понятию «подграф». Приведите примеры.
 8. Опишите методы нахождения кратчайшего пути.
 9. Дайте определение понятию «дерево». Опишите виды. Приведите примеры.
- Опишите способы задания деревьев. Приведите примеры.