

КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ  
ПИЩЕВЫХ ПРОИЗВОДСТВ**

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНСТАНТ ОТСТАИВАНИЯ И  
КОЭФФИЦИЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ СРЕДЫ

*Методические указания к выполнению  
Лабораторных и практических работ*

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации  
Красноярский государственный университет

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНСТАНТ ОТСТАИВАНИЯ И  
КОЭФФИЦИЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ СРЕДЫ

*Методические указания к выполнению  
Лабораторных и практических работ*

КРАСНОЯРСК 2012

*Рецензент:*

*В.Н. Холопов, д-р техн. наук, проф. кафедры АТЛМ СибГТУ*

*Составители:*

Ченцова Л.И.

Тепляшин В.Н.

Невзоров В.Н.

**Ченцова, Л.И.**

Определение констант отстаивания и коэффициента сопротивления среды: метод. указания к выполнению лабораторных и практических работ / Л.И. Ченцова, В.Н. Тепляшин, В.Н. Невзоров; Краснояр. гос. аграр. ун-т. – Красноярск 2012. - с.

Предназначено для студентов по направлению: 260100.62 «Продукты питания из растительного сырья», профили: «Технология хранения и переработки зерна», «Технология хлеба, кондитерских и макаронных изделий», «Технология бродильных производств и виноделия», «Технология жиров, эфирных масел и парфюмерно-косметических продуктов», «Технология консервов и пищевых концентратов»; 151000.62 «Технологические машины и оборудование», профиль «Пищевая инженерия малых предприятий», «Машины и аппараты пищевых производств». По специальности «Процессы и аппараты пищевых производств».

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Красноярского государственного аграрного университета

Красноярский государственный  
аграрный университет, 2012

## Основы теории

В пищевых производствах часто образуются неоднородные системы, которые необходимо разделить на фазы. Например, в результате сжигания топлива образуется дым; при дроблении сахара-рафинада на рафинадных заводах, измельчении зерна на мукомольных заводах, сушке сыпучих материалов образуются различные пыли; при мойке корнеплодов (свеклы, картофеля и т. п.) образуются грязевые суспензии. Во всех этих и других подобных процессах необходимо отделить (очистить) дисперсную среду (газ, жидкость) от частиц дисперсной фазы (зола, частиц сахара, муки, грязи и т. п.). Одним из методов разделения неоднородных систем является отстаивание под действием силы тяжести.

Силы, действующие на частицу. Если поместить частицу в жидкую или газообразную среду, то на нее будут действовать сила тяжести  $G$ , равная весу частицы, и силы гидростатического давления среды. Равнодействующая сил гидростатического давления направлена вверх и обычно называется подъемной силой  $A$ . Сила тяжести  $G$ , кг/м<sup>2</sup> направлена к центру земли. Эту силу определяют по формуле:

$$G = gVp_r \quad (1)$$

где  $V$  — объем частицы, м<sup>3</sup>;  $p_r$  — плотность частицы, кг/м<sup>3</sup>;  $g$  — ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>.

Известно, что подъемная сила равна весу жидкости, вытесненной телом. Подъемную силу  $A$  можно вычислить по формуле:

$$A = p_c Vg \quad (2)$$

где  $p_c$  — плотность среды, в которой находится частица, кг/м<sup>3</sup>.

Если плотность частицы меньше плотности среды, то подъемная сила будет больше силы тяжести частицы. В этом случае равнодействующая сил направлена вверх, поэтому частица будет перемещаться вверх — всплывать. Если же плотность частицы больше плотности среды, то частица будет перемещаться вниз — осаждаться. При движении частицы возникает со стороны среды сила сопротивления  $R$ , которая приложена к частице и направлена в

сторону, противоположную движению. Величина этой силы пропорциональна скорости движения частицы и зависит от формы и размеров частицы и физических свойств среды.

Сила сопротивления  $R$  возникает в основном в результате трех причин: лобового давления, среды на частицу, трения поверхности о среду, появления некоторого разрежения за частицей, что приводит к возникновению вихрей.

$$R = R_d + R_{тр} + R_p \quad (3)$$

где:  $R_d$ -сила динамического сопротивления (сила лобового давления), Н;  $R_{тр}$  -сила трения, Н;  $R_p$  - сила сопротивления, образующаяся за счет разрежения за частицей.

Силу трения, и особенно силу сопротивления за счет разрежения, определить очень сложно, так как на величину этих сил влияет очень много факторов: свойства среды, форма частицы, размеру частицы, скорость движения и др. Значительно проще можно определить ее, если принять, что сила сопротивления среды равна динамической силе, умноженной на поправочный коэффициент, учитывающий влияние силы трения и вакуума за частицей.

Уравнение будет иметь следующий вид:

$$R = \xi R_d \quad (4)$$

где  $\xi$  — коэффициент сопротивления.

Сила динамического сопротивления проявляется в результате того, что движущаяся частица вытесняет перед собой часть среды, сообщая ей энергию, при этом скорость вытесняемой среды увеличивается от некоторой начальной величины до конечной, равной скорости движения частицы.

Проследим за осаждением частицы за некоторый промежуток времени частица пройдет путь, вытесняя столбик среды длиной, равной пути пройденному частицей, и сечением, равным сечению частицы. При этом скорость столбика среды увеличивается от начального значения до скорости частицы. Из механики известно, что изменение кинетической энергии равно работе действующей силы. Этот закон применим и для вытесненного столба жидкости.

Уравнение будет иметь вид:

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = R_d L \quad (5)$$

где:  $m$  — масса вытесненного столба среды, кг;  $v_1$  и  $v_2$  — начальная и конечная скорости вытесненной среды, м/с;  $L$  — путь, пройденный частицей, м;  $R_d$  — сила динамического сопротивления, Н.

Для случая отстаивания в различных отстойниках обычно среда находится в покое или не перемещается в вертикальном направлении, следовательно  $v_1$  равно 0.

Массу вытесненной среды определяют по формуле:

$$m = \rho_c S L \quad (6)$$

где:  $\rho_c$  — плотность среды, кг/м<sup>3</sup>;  $S$  — площадь поперечного сечения частицы, м<sup>2</sup>

Подставив значение массы вытесненной среды в уравнение 6, получим:

$$\rho_c S L \frac{v^2}{2} = R_d L \quad (7)$$

После сокращения формула примет вид:

$$R_d = \rho_c S \frac{v^2}{2} \quad (8)$$

Подставив значение динамической силы из уравнения 8 в уравнение 3, получим формулу для определения общей силы сопротивления:

$$R = \xi \rho_c S \frac{v^2}{2} \quad (9)$$

Для частиц шарообразной формы площадь сечения частицы определяют по формуле:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} \quad (10)$$

где  $d$  — диаметр частицы.

Тогда формула для определения силы сопротивления среды будет иметь вид:

$$R = \zeta \rho_{cp} \frac{\pi d^2 v^2}{8} \quad (11)$$

Для решения этого уравнения необходимо иметь значение коэффициента сопротивления, который находится экспериментально.

При обработке опытных данных для коэффициента сопротивления получено выражение:

$$\zeta = \frac{B}{Re^2} \quad (12)$$

где:  $Re$  — критерий Рейнольдса для обтекания средой осаждающейся частицы;  $B$  и  $2$  — коэффициенты, определяемые из опытных данных (значения их меняются в зависимости от скорости осаждения).

Определение скорости осаждения частицы. Частица, помещенная в среду, сначала движется ускоренно, но с увеличением скорости движения возрастает сопротивление среды, что приводит к уменьшению равнодействующей силы, действующей на частицу. С некоторого момента времени равнодействующая сил станет равной нулю, и частица будет двигаться равномерно с постоянной скоростью, равной максимальной. Обычно период ускоренного движения очень небольшой, и с достаточной степенью точности можно считать, что частица осаждается с постоянной скоростью. Для этого случая можно написать уравнение равновесия сил:

$$G = A + R \quad (13)$$

где:  $G$  — сила тяжести, Н;  $A$  — подъемная сила, Н;  $R$  — сила сопротивления, Н.

Эти силы определяют по формулам (1, 2).

Для частиц шарообразной формы:

$$G = \frac{\pi d^3}{6} \rho_r g \quad (14)$$

$$A = \frac{\pi d^3}{6} \rho_r g \quad (15)$$

$$R = \xi \rho_{cp} \frac{\pi d^2 v^2}{8} \quad (16)$$

Подставив значения сил в уравнение равновесия (5) имеем:

$$\frac{\pi d^3}{6} \rho_r g = \frac{\pi d^3}{6} \rho_c g + \xi \rho_c \frac{\pi d^2 v^2}{8} \quad (17)$$

или:

$$\frac{d}{3} g(\rho_r - \rho_c) = \xi \rho_c \frac{v^2}{4} \quad (18)$$

Подставив значение критерия Рейнольдса в правую часть уравнения (18) получим:

$$Re^2 = \frac{4}{3\xi} \cdot \frac{(\rho_r - \rho_c)gd}{\rho_c v^2} \cdot \frac{v^2 d^2 \rho_c^2}{\mu_c^2} \quad (19)$$

После сокращения уравнение примет вид:

$$Re^2 = \frac{4}{3\xi} \cdot \frac{(\rho_r - \rho_c)d^3 g \rho_c}{\mu^2} \quad (20)$$

Комплекс величин представляет собой критерий Архимеда  $Ar$ ; в него входят величины, которые не зависящие от скорости, поэтому он может быть подсчитан заранее, данным о физических характеристиках среды частицы. После подстановки критерия  $Ar$  в уравнение получим:

$$Re^2 = \frac{4}{3\xi} Ar \quad (21)$$

Это уравнение является критериальным уравнением для осаждающихся частиц. Это сложно решить, так как коэффициент сопротивления  $\xi$  также зависит от критерия Рейнольдса.



$$Re = KAr^m \quad (22)$$

где:  $K$  – коэффициент и показатель степени определяются экспериментально.

Коэффициент сопротивления трению равен:

$$\xi = \frac{3 Re^2}{4 Ar} \quad (23)$$

### Цель работы

1. Изучение теории осаждения частиц шарообразной формы в жидкой среде.
2. Экспериментальное определение скорости осаждения частиц.
3. Экспериментальное определение констант основного уравнения отстаивания, а также коэффициента сопротивления среды.

### Описание экспериментальной установки

Схема установки показана на рисунке 1. Она состоит из нескольких отстойных прозрачных цилиндров 1, заполненных жидкостью. На цилиндрах имеются метки 2 для регистрации начала и конца отстаивания. Диаметр цилиндров может быть различным, но таким, чтобы стенки не оказывали влияния на осаждение шариков.

Высоту цилиндров желательно выбирать большую, при этом опыт будет точнее. Для опытов целесообразнее применять более вязкие жидкости: подсолнечное масло, хлопковое масло, глицерин и т. д., так как при малой вязкости жидкостей сложно регистрировать время отстаивания. Для определения размеров шариков служит микрометр или штангенциркуль. Массу шариков предварительно определяют на аналитических весах. Шарик опускают через верх цилиндра, и он скапливается в нижней части его. После окончания опыта шарик выгружают из цилиндра.

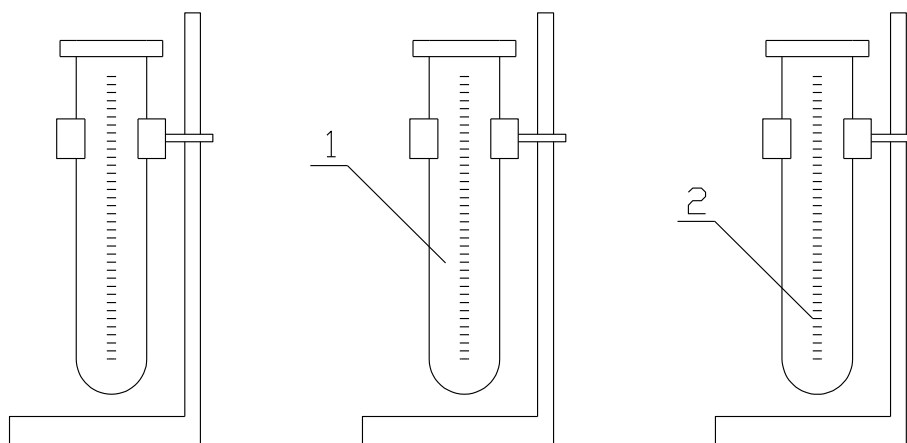


Рисунок 1. Экспериментальная установка:  
1 – цилиндр; 2 – метки.

### Методика проведения испытания

1. В отстойные цилиндры заливают жидкости, причем их уровень должен быть выше верхней метки.

2. Замеряют температуру жидкости. Если жидкость долгое время находилась в цилиндрах, то температуру можно считать равной температуре помещения.

3. Подбирают шарики из разного материала и разного диаметра, определяют диаметры микрометром или штангенциркулем и взвешивают шарики на аналитических весах.

4. Рассчитывают плотность материала шариков.

5. Опускают шарик в цилиндр и определяют длительность осаждения, т. е. время прохождения шарика по цилиндру от верхней метки до нижней.

Для каждого типа шарика и для каждой жидкости опыт проводят 5—6 раз. Результаты замеров и расчетов заносят в протокол испытания (Таблиц 1).

Таблица 1.

Протокол испытаний

Жидкость				Шарик			Расстояние, м	Время падения, сек.	Скорость падения, м/с	Критерий Архимеда	Критерий Рейнольдса
Наименование жидкости	Температура, °С	Плотность, кг/м <sup>3</sup>	Вязкость, Па·С	Диаметр, мм	Масса, г	Плотность, кг/м <sup>3</sup>					

### Обработка опытных данных

1. Плотность глицерина при температуре 20 °С равна 1126 кг/м<sup>3</sup>, а вязкость – 6,05\*10<sup>-3</sup> Па·с.

2. Рассчитывают плотность материалов шариков по формуле

$$\rho_r = \frac{m_b}{\pi d^3}, \quad (24)$$

где:  $m$  — масса шарика, кг;  $d$  — диаметр шарика, м.

3. Рассчитывают скорость осаждения

$$v = \frac{H}{\tau}, \quad (25)$$

где:  $H$  — расстояние между метками отстойного цилиндра, м;  $\tau$  — длительность осаждения, с.

4. Рассчитывают критерий Архимеда по уравнению

$$Ar = \frac{(\rho_r - \rho_c)d^3 g \rho_c}{\mu c^2} . \quad (26)$$

5. Рассчитывают критерий Рейнольдса по уравнению

$$Re = \frac{vd\rho_c}{\mu c} . \quad (27)$$

6. Логарифмируют критериальное уравнение осаждения

$$Re = kAr^m . \quad (28)$$

В результате логарифмирования получают

$$\lg Re = \lg k + m \lg Ar . \quad (29)$$

На миллиметровой бумаге строят график зависимости

$$\lg Re = f(\lg Ar) . \quad (30)$$

Через точки на графике проводят прямую. Пример построения показан на рисунке 2.

8. Из графика находят величины  $\lg k$  и  $m$ :  $\lg k$  численно равен отрезку, отсекаемому прямой на оси ординат. Затем

$$m = \operatorname{tg} \beta , \quad (31)$$

вычисляют  $k$ .

9. Определяют коэффициент сопротивления уравнения

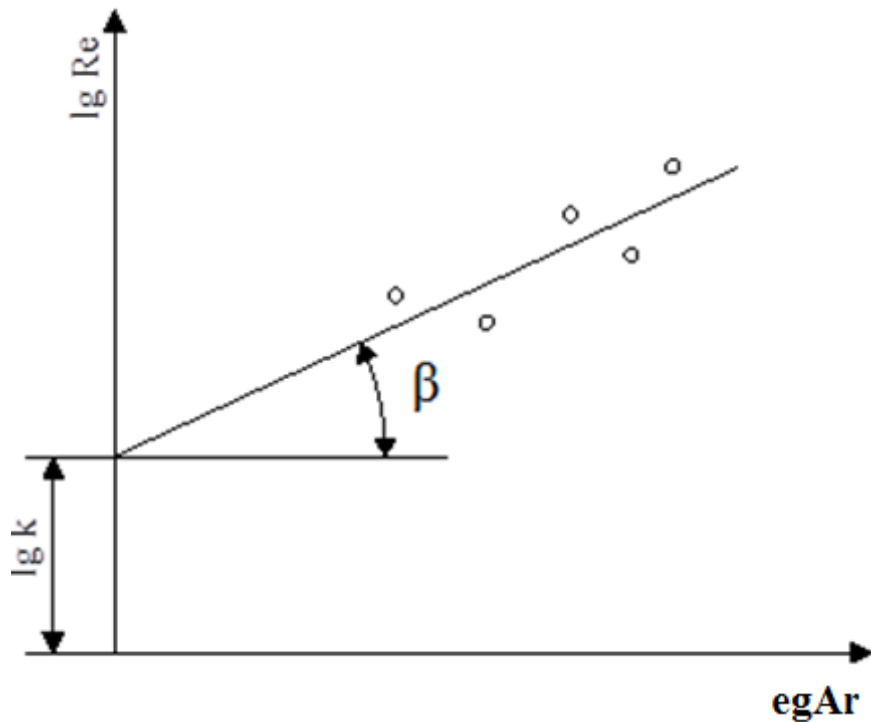


Рисунок 2. График зависимости  $lg Re$  от  $(lg Ar)$

$$P_1 = \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_1 \cdot 6}{\pi d_1^3} = \frac{0,091 \cdot 10^{-3}}{3,14(2,5 \cdot 10^{-3})^3} = 11100; \quad (32)$$

$$P_2 = \frac{m_2}{V_2} = \frac{0,127 \cdot 10^{-3} \cdot 6}{3,14(2,8 \cdot 10^{-3})^3} = 11100; \quad (33)$$

$$P_3 = \frac{m_3}{V_3} = \frac{0,191 \cdot 10^{-3} \cdot 6}{3,14(3,2 \cdot 10^{-3})^3} = 11100. \quad (34)$$

3. Рассчитывают плотность материала шариков  $\rho$  (в  $\text{кг/м}^3$ ).

4. Плотность масла  $\rho_c$  ( $\text{кг/м}^3$ ) и динамический коэффициент вязкости масла  $\mu_c$  (Па·с) при температуре  $20^\circ \text{C}$ :

$$\rho_c = 916;$$

$$\mu_c \approx 5,5 \cdot 10^{-2}.$$

5. Замеряют расстояние между метками на отстойном цилиндре  $H = 0,75$  м.

6. Рассчитывают критерии Архимеда для испытуемых шариков и среды

$$Ar_1 = \frac{(Pr - Pc)d^3 g Pc}{\mu c^2} = \frac{(11100 - 916) * 0,0025^3 * 9,8 * 916}{(5,5 * 10^{-2})^2} = 460; \quad (35)$$

$$Ar_2 = \frac{(11100 - 916) * 0,0028^3 * 9,8 * 916}{(5,5 * 10^{-2})^2} = 650; \quad (36)$$

$$Ar_3 = \frac{(11100 - 916) * 0,0032^3 * 9,8 * 916}{(5,5 * 10^{-2})^2} = 965. \quad (37)$$

6. Все полученные величины записывают в протокол.

7. Определяют время осаждения шариков в масле  $t$ . Для каждого размера опыт проводят 5 раз. Длительность осаждения записывают в протокол (таблица 1).

9. Вычисляют скорости, осаждения  $\omega$  (м/с):

$$\omega = \frac{H}{\tau}; \quad (38)$$

$$\omega_1 = \frac{0,75}{2,2} = 0,35; \quad (39)$$

$$\omega_2 = \frac{0,75}{2,25} = 0,333 \text{ и т.д.} \quad (40)$$

### Контрольные вопросы

1. За счет какой силы осуществляется отстаивание в отстойнике?
2. В каком случае частицы будут подниматься вверх?
3. Что такое неоднородные системы, как они классифицируются?
4. Когда невозможно разделить неоднородную систему отстаиванием?
5. Почему осаждение частиц происходит в основном с постоянной скоростью?
6. На каком основании используется уравнение равновесия сил для определения скорости осаждения частиц?

7. Почему мы не можем рассчитать заранее коэффициент сопротивления?

## Библиографический список

### *Основная литература*

1. Кавецки Г.Д., Васильев В.В. «Процессы и аппараты пищевой технологии». М.: Колос, 2010. – с. 551.
2. Ларин В.А., Малахов Н.Н., Плаксинов Ю.В. «Процессы и аппараты пищевых производств». М.: Колос, 2008. – с. 350.
3. Ченцова Л.И. «Процессы и аппараты пищевых производств», учеб. пособие \Л.И. Ченцова, М.Н. Шайхудинова, Т.В. Борисова, КрасГАУ, - Красноярск, 2004. – с. 112.
4. Ченцова Л.И. «Процессы и аппараты пищевых производств. Массообменные процессы», учеб. пособие \Л.И. Ченцова, М.Н. Шайхудинова. – КрасГАУ, - Красноярск, 2009. – с. 163.

### *Дополнительная литература*

1. Борисова Г.В. Основные свойства пищевого сырья, полуфабрикатов и продуктов. Справочное пособие. – КрасГАУ, - Красноярск, 2008. – с. 980.
2. Левин Б.Д., Ченцова Л.И., Шайхутдинова М.Н., Ушанова В.М. Процессы и аппараты химических и биологических технологий. Учеб. пособие для студентов химических специальностей вузов / под общ. ред. д – ра. хим. Наук С.М. Репяха. – Красноярск: Сибирский государственный университет, 2002. – с. 430.
3. Основные процессы и аппараты химической технологии: Пособие по проектированию / Г.С. Борисов, В.П. Брыков, Ю.И. Дытнерский и др. Под ред. Ю.И. Дытнерского, 2 – е изд., перераб. и дополн. М.: Химия, 1991. – с. 496.
4. Павлов К.Ф., Романков П.Г., Носков А.А. Примеры и задачи по курсу процессы и аппаратов химической технологии: Учебное пособие для вузов под ред. чл. – корр. АН России П.Г. Романкова. – 12- -е изд., стереотипное. Перепечатка с издания 1987 г. М.: ООО ТИД «Альянс», 2005. – с. 576.



**ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ  
ПИЩЕВЫХ ПРОИЗВОДСТВ**

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНСТАНТ ОТСТАИВАНИЯ И  
КОЭФФИЦИЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ СРЕДЫ**

*Методические указания к выполнению  
Лабораторных и практических работ*

Составители: Л.И. Ченцова, В.Н. Тепляшин, В.Н. Невзоров

Редактор