

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Красноярский государственный аграрный университет»

О. Е. Носкова

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Рекомендовано учебно-методическим советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Красноярский государственный аграрный университет» для внутривузовского использования в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся по направлению подготовки 35.03.06 «Агроинженерия»

Электронное издание

Красноярск 2021

ББК 34.1

Н 84

Рецензенты:

К. В. Сафонов, д-р физ.-мат. наук, профессор, зав. каф. прикладной математики Сибирского государственного университета науки и технологий им. акад. М. Ф. Решетнева

О. А. Масанский, канд. техн. наук, доцент каф. материаловедения и технологии обработки материалов Сибирского федерального университета

Н 84 **Носкова, О. Е.**
Теория механизмов и машин [Электронный ресурс]: учебное пособие / О. Е. Носкова; Красноярский государственный аграрный университет. – Красноярск, 2021. – 200 с.

Учебное пособие содержит основные теоретические положения дисциплины «Теория механизмов и машин»: структурное, кинематическое и силовое исследование рычажных механизмов, синтез кулачковых механизмов, теоретические основы зубчатых зацеплений. Пособие дополнено вариантами тем для курсового проектирования с методическим указанием по его оформлению.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлению подготовки 35.03.06 «Агроинженерия», очной и заочной форм обучения.

ББК 34.1

© Носкова О. Е., 2021

© ФГБОУ ВО «Красноярский государственный аграрный университет», 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	7
ВВЕДЕНИЕ	8
ГЛАВА 1. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ И КЛАССИФИКАЦИЯ МЕХАНИЗМОВ.....	10
1.1. Основные понятия и определения.....	10
1.2. Классификация звеньев механизма.....	12
1.3. Классификация кинематических пар.....	15
1.4. Виды подвижных звеньев	19
1.5. Кинематические цепи	21
1.6. Основные виды механизмов.....	26
1.7. Структура плоских механизмов	29
1.8. Замена высших кинематических пар низшими.....	33
1.9. Порядок выполнения структурного анализа плоских механизмов...34	
Вопросы для самопроверки	37
ГЛАВА 2. ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КИНЕМАТИЧЕ- СКОГО АНАЛИЗА ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ С НИЗШИМИ ПАРАМИ	38
2.1. Задачи и методы кинематического анализа	38
2.2. Метод кинематических планов.....	40
2.2.1. План положений механизма.....	40
2.2.2. Построение планов скоростей и ускорений.....	41
2.3. Метод кинематических диаграмм	52
2.3.1. Построение диаграммы пути выходного звена.....	53
2.3.2. Построение диаграммы аналога скорости и аналога ускорения графическим дифференцированием по методу касательных	54
2.3.3. Алгоритм построения диаграммы аналога скорости и ускорения графическим дифференцированием по методу хорд.....	56
Вопросы для самопроверки	57
ГЛАВА 3. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ.....	58
3.1. Классификация силовых факторов, действующих в машине	58
3.2. Определение сил инерции звеньев.....	60
3.2.1. Определение силы инерции при вращательном движении звена ..61	
3.2.2. Определение силы инерции при плоскопараллельном движении звена	64
3.3. Алгоритм кинетостатического анализа плоских рычажных механиз- мов.....	66

3.4. Силовой расчет структурных групп второго класса	67
3.5. Двухповодковая группа второго класса первого вида (ВВВ).....	68
3.6. Двухповодковая группа второго класса второго вида (ВВП).....	71
3.7. Двухповодковая группа второго класса третьего вида (ВПВ)	74
3.8. Двухповодковая группа второго класса четвертого вида (ПВП).....	76
3.9. Двухповодковая группа второго класса пятого вида (ВПП)	77
3.10. Силовой анализ первичного механизма.....	79
3.11. Определение уравновешивающей силы методом Жуковского (рычаг Жуковского).....	81
3.12. Последовательность силового анализа механизмов	84
Вопросы для самопроверки	85
ГЛАВА 4. АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ПЛОСКИХ КУЛАЧКОВЫХ МЕХА- НИЗМОВ.....	86
4.1. Основные понятия и определения.....	86
4.2. Классификация кулачковых механизмов	88
4.3. Структурный анализ кулачковых механизмов	92
4.4. Основные параметры кулачкового механизма.....	93
4.5. Законы движения выходного звена.....	95
4.6. Построение кинематических диаграмм движения выходного звена.....	102
4.6.1. Определение масштабных коэффициентов кинематических диа- грамм.....	102
4.6.2. Построение диаграммы аналога ускорения выходного звена кулач- кового механизма при постоянном законе	106
4.6.3. Построение диаграммы аналога ускорения выходного звена кулач- кового механизма при синусоидальном законе	107
4.6.4. Построение диаграммы аналога ускорения выходного звена кулач- кового механизма при косинусоидальном законе.....	108
4.6.5. Построение диаграмм аналога скорости и перемещения методом графического интегрирования.....	109
4.6.6. Построение диаграмм аналога скорости и перемещения геометри- ческими приемами	110
4.7. Угол давления и угол передачи движения в кулачковых механиз- мах.....	115
4.7.1. Определение углов давления в кулачковом механизме с возвратно- поступательно движущимся толкателем.....	116
4.7.2. Определение углов давления в кулачковом механизме с качаю- щимся толкателем	119
4.8. Динамический синтез кулачковых механизмов.....	120

4.8.1. Определение минимального радиуса теоретического профиля кулачка механизма с поступательно движущимся толкателем.....	120
4.8.2. Определение минимального радиуса теоретического профиля кулачка механизма с качающимся коромыслом.....	122
4.9. Построение профиля кулачка.....	124
4.9.1. Метод обращения движения	124
4.9.2. Построение профиля кулачка с роликовым толкателем	126
4.9.3. Построение профиля кулачка с роликовым коромыслом.....	128
4.9.4. Построение профиля кулачка с плоским толкателем	130
Вопросы для самопроверки	132
ГЛАВА 5. ЗУБЧАТЫЕ МЕХАНИЗМЫ.....	133
5.1. Основные понятия и определения.....	133
5.2. Классификация зубчатых механизмов	135
5.3. Кинематический анализ зубчатых механизмов с неподвижными осями колес.....	139
5.4. Кинематический анализ зубчатых механизмов с подвижными осями колес.....	143
5.5. Теория зубчатого зацепления.....	147
5.5.1. Основная теорема плоского зацепления.....	147
5.5.2. Основные элементы цилиндрических нормальных колес	150
5.5.3. Эвольвента окружности	152
5.5.4. Эвольвентное зацепление. Линия зацепления. Угол зацепления.	154
5.5.5. Дуга зацепления. Коэффициент перекрытия	156
5.5.6. Явление заклинивания зубчатой передачи.....	158
5.5.7. Изготовление зубчатых колес	158
5.5.8. Виды зубчатых колес в зависимости от расположения исходного производящего контура	162
5.5.9. Интерференция при нарезании зубчатых колес	163
5.5.10. Блокирующий контур	165
5.5.11. Рекомендации по выбору коэффициентов смещений. Виды исправленных передач	166
5.6. Рекомендации и пример проектирования эвольвентной прямозубой передачи с внешним зацеплением.....	168
5.6.1. Расчет скорректированного зацепления при произвольном межосевом расстоянии	168
5.6.2. Расчет скорректированного зацепления при заданном межосевом расстоянии	171
5.7. Порядок вычерчивания зубчатой передачи.....	172
5.8. Определение коэффициента перекрытия графическим методом....	175

Вопросы для самопроверки	176
ГЛАВА 6. ЗАДАНИЯ НА КУРСОВОЙ ПРОЕКТ	177
6.1. Требования к оформлению курсового проекта	177
6.2. Темы и исходные данные для курсового проекта.....	178
6.3. Содержание курсового проекта	190
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	194
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	195
ПРИЛОЖЕНИЯ	196

ПРЕДИСЛОВИЕ

Целью данного учебно-методического пособия является оказание помощи студентам очной и заочной форм обучения направления подготовки 35.03.06 «Агроинженерия» в освоении курса «Теория механизмов и машин» (ТММ). Пособие также рекомендуется для использования студентами инженерных направлений 20.03.01 «Техносферная безопасность» и 15.03.02 «Технологические машины и оборудование» при изучении дисциплин «Механика» и «Техническая механика»

Настоящее учебное пособие посвящено изложению основных разделов ТММ:

- структурный, кинематический и силовой анализ плоских рычажных механизмов;
- структурный и кинематический синтез и анализ плоских кулачковых механизмов;
- основы теории эвольвентного зацепления.

Представленный в пособии материал является результатом обобщения накопленного в настоящий момент опыта ведущих специалистов в области теории механизмов и машин и учитывает специфику направления подготовки «Агроинженерия».

Для закрепления студентами теоретического материала пособие содержит вопросы для самопроверки и варианты заданий на курсовой проект. При выполнении курсового проекта студентам предстоит активно использовать широкий математический аппарат и различные методы анализа и синтеза механизмов, что, в конечном итоге, должно способствовать формированию инженерного мышления и навыков практического решения профессиональных задач.

ВВЕДЕНИЕ

Ведущую роль в развитии агропромышленного комплекса играет сельскохозяйственное машиностроение. Современная сельскохозяйственная техника представляет собой сложную техническую систему, насыщенную множеством различных механизмов, для проектирования которых специалист должен обладать системными техническими знаниями, умениями и навыками.

За время своего существования человечеством изобретено, создано и внедрено в производство огромное количество разнообразных механизмов и машин. Разобраться во всем этом многообразии устройств и эффективно применять их на практике можно только в том случае, если создать их стройную терминологию и классификацию, а также разработать теорию анализа и синтеза машин и механизмов.

Теория механизмов и машин – наука, изучающая структуру, кинематику и динамику механизмов и машин.

Дисциплина «Теория механизмов и машин» является составной частью комплексной общеинженерной подготовки студентов технических направлений и содержит три основных раздела:

– *статика* – раздел, изучающий методы и алгоритмы анализа и синтеза структуры механизмов и машин;

– *кинематика* – раздел, изучающий методы и алгоритмы анализа закономерностей изменения кинематических параметров механизмов и машин в функции времени;

– *динамика* – раздел, изучающий методы и алгоритмы анализа динамических процессов, протекающих в механизмах и машинах под действием приложенных к ним силовых факторов в функции времени.

Основные задачи дисциплины ТММ: изучение общих методов исследования (анализа) и проектирования (синтеза) механизмов и машин; изучение общих принципов взаимодействия механизмов в машине; получение навыков системного подхода к анализу и синтезу технических систем агропромышленного комплекса.

Возникновение ТММ как науки связано с развитием промышленности и машиностроения, однако корни ее уходят вглубь столетий. Механизмы применяли еще в древности. Еще до нашей эры был описан ряд механизмов. Так, древнегреческий философ Аристотель (384–322 гг. до н. э.) в работе «Механические проблемы» описал кривошип, колесо, рычаг, весы, зубчатые колеса, полиспаст.

Древнегреческий механик Ктесибий, считающийся «отцом пневматики» (140 г. до н. э.), построил поршневой пожарный насос, водяные часы и др. В это же время были созданы водяные и ветровые двигатели.

В эпоху средневековья некоторая часть технических достижений древности была утеряна и забыта. В период возрождения вновь наблюдается интерес к технике. В литературе этой эпохи встречаются механизмы с гибкими связями, винтовые и другие механизмы.

Леонардо да Винчи (1452–1519 гг.) создал много механизмов и машин (ткацкие станки, печатные машины и др.). Итальянский физик, механик и астроном Галилео Галилей разработал основы современной механики.

Во Франции в 1771 г. Шарль Огюст Кулон опубликовал «Теорию простых машин», а в 1794 г. Гаспар Монж основал Парижскую политехническую школу, ставшую крупнейшим центром науки о машинах. По его предложению в этой школе был введен «Курс построения машин», в котором уточнялась терминология и делалась попытка провести классификацию машин.

Основателем русской школы ТММ считается П. Л. Чебышев (1821–1894 гг.). Он является автором нового направления в развитии науки о машинах и механизмах, в котором им была предпринята попытка установления математических зависимостей для исследования структуры механизмов.

В дальнейшем это направление успешно развивали И. И. Артоблевский, Л. В. Ассур, Р. Виллис, В. В. Добровольский, С. Н. Кожевников, Л. Н. Решетов, А. П. Малышев, П. О. Сомов и др.

Большой вклад в науку применительно к сельскохозяйственному производству внес В. П. Горячкин (1868–1935 гг.). Именно он стал создателем новой дисциплины – земледельческой механики. Его по праву можно считать основоположником в области теории и расчета сельскохозяйственных машин.

ГЛАВА 1. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ И КЛАССИФИКАЦИЯ МЕХАНИЗМОВ

1.1. Основные понятия и определения

Прежде чем рассматривать вопросы структуры механизмов и их классификацию, рассмотрим ключевые понятия и определения, встречающиеся в курсе теории механизмов и машин.

Машина – устройство, выполняющее механические движения для преобразования энергии, материалов и информации с целью замены или облегчения труда человека. **Машина обязательно должна совершать полезную работу.**

Все существующие машины можно разделить на четыре вида.

1. **Энергетические машины** – машины, получающие и преобразующие энергию одного вида в энергию другого вида (двигатели, генераторы).

Двигатели – энергетические машины, преобразующие любой вид энергии в механическую энергию (например, электродвигатели преобразуют электрическую энергию, двигатели внутреннего сгорания преобразуют энергию расширения газов при сгорании в цилиндре).

Генераторы – энергетические машины, преобразующие механическую энергию в энергию другого вида (например, электрогенератор преобразует механическую энергию паровой или гидравлической турбины в электрическую энергию).

2. **Рабочие машины** – машины, выполняющие основную технологическую функцию и использующие энергию для совершения работы по перемещению и преобразованию объектов или материалов.

К рабочим машинам относятся транспортные и технологические машины.

Транспортные машины – рабочие машины, использующие механическую энергию для изменения положения объектов или материалов (автомобили, транспортеры и т. д.).

Технологические машины – рабочие машины, использующие механическую энергию для преобразования формы, свойств, размеров и состояния объектов или материалов (станки, компрессоры и т. д.).

3. **Информационные машины** – машины, выполняющие вычислительные операции и предназначенные для обработки и преобразования информации (компьютеры, калькуляторы и т. д.).

4. **Кибернетические машины** – машины, оснащенные системами управления и искусственным интеллектом для управления машинами других видов (роботы, манипуляторы, автоматы).

Механизм – механическая система, предназначенная для передачи и преобразования движения одного или нескольких тел в требуемое движение других тел. **Механизм не совершает полезной работы. Он предназначен только для осуществления требуемых законов движения их звеньев.**

Механизмы должны удовлетворять требованиям, заданным в техническом задании на их проектирование, соответствие которым определяет качество механизмов. Качество структуры механизма определяется простотой конструкции, технологичностью звеньев, экономичностью, надежностью, долговечностью, габаритами и массой.

Любой механизм состоит из отдельных твердых тел – звеньев.

Звено механизма – одно или несколько жестко связанных твердых тел, соединенных между собой неподвижно и движущихся как единое целое.

Все неподвижные детали механизма образуют одну жесткую неподвижную систему тел, называемую **неподвижным звеном** или **стойкой** (например, корпус двигателя или редуктора).

Звенья механизма входят в соединения между собой так, что всегда имеет место движение одного звена относительно другого.

Соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение, называется **кинематической парой (КП)**.

Поверхности, линии, точки звена, по которым оно может соприкасаться с другим звеном, образуя кинематическую пару, называют **элементами звена**.

Совокупность звеньев, образующих между собой кинематические пары, называют **кинематической цепью**.

Таким образом, **любой механизм состоит из подвижных звеньев, стойки и кинематических пар, образующих кинематические цепи.**

Изучение механизмов и машин осуществляется с помощью заменяющих образов или моделей.

Модель – некоторый образ какого-либо объекта или явления, адекватно отражающий его свойства.

Модели механизмов или машин используются в качестве их заместителей или заменителей в научных или иных целях.

В зависимости от целей и задач выполняемого вида анализа или синтеза модели механизмов и машин подразделяются:

– по форме представления – физические и математические;
– методу анализа – графические, численные (или аналитические), графоаналитические, энергетические, кинетостатические, динамические и экспериментальные.

Модель любого механизма или машины составляется по критериям подобия, формулируемым в зависимости от принятых допущений, основными из которых являются следующие:

– все звенья механизмов и машин являются **абсолютно твердыми и жесткими**, т. е. не подвержены деформациям никакого рода;
– контактирующие поверхности звеньев являются **абсолютно гладкими**, что позволяет при расчетах пренебрегать силами трения и не учитывать свойства материалов, из которых изготовлены звенья;
– все механизмы предназначены только для преобразования движения и силовых факторов. Это допущение позволяет проводить анализ и синтез механизмов и машин без учета реальных условий их эксплуатации.

Принятые допущения дают возможность существенно упростить анализ и синтез механизмов и машин на начальном этапе.

В зависимости от требуемой точности получаемых результатов количество критериев или допущений может изменяться.

Наиболее распространенным видом моделей технических систем является схемный образ, или схема. Для одного и того же механизма или машины различают *функциональную, структурную, геометрическую, кинематическую и динамическую* схемы.

1.2. Классификация звеньев механизма

Какой бы сложной ни была машина (механизм), она состоит только из звеньев и кинематических пар.

По конструктивному исполнению звенья бывают простые и сложные.

Простое звено (одно- или двухвершинное) – звено, входящее в состав двух и более кинематических пар, через геометрические центры которых возможно провести только одну прямую (рис. 1.1). К простым звеньям относятся звенья, которые на модели можно представить в виде стержня (рис. 1.1, а), точечного звена (ползун, рис. 1.1, б), стержня с промежуточным шарниром (рис. 1.1, в), а также зубчатые или гладкие колеса (рис. 1.1, г и д), кулачки (рис. 1.1, е).

Простые звенья на схемах механизмов изображают в виде линий или кривых.

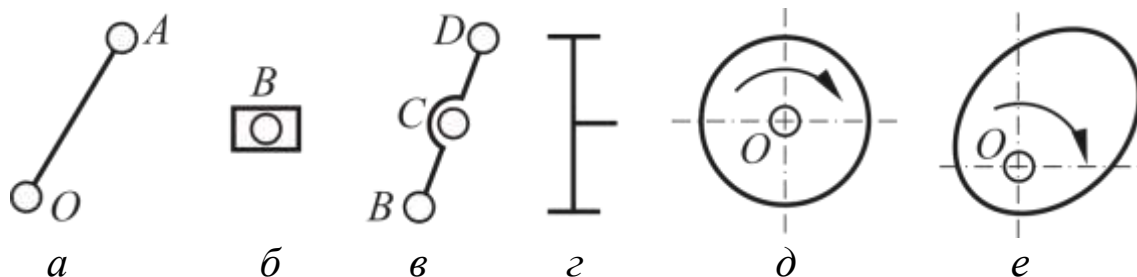


Рисунок 1.1 – Простые звенья

Сложное, или составное, звено (трех- и более вершинное) – это звено, входящее в состав трех и более кинематических пар, через геометрические центры которых можно провести более одной прямой (рис. 1.2).

Сложные, или составные, звенья обозначаются в виде замкнутых и незамкнутых геометрических фигур. Замкнутые геометрические фигуры, изображающие сложные, или составные, звенья, штриховываются.

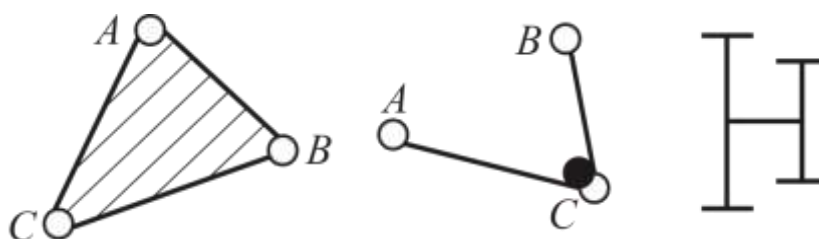


Рисунок 1.2 – Сложные звенья

В большинстве случаев сложные, или составные, звенья вводятся в состав механизма с целью увеличения жесткости или для реализации сложной структуры механизма. Разделение звеньев механизмов на сложные и простые несовершенно, так как не оказывает влияния на анализ и синтез механизмов. Более актуально разделение звеньев механизмов по числу конечных элементов (вершин) звена, которыми оно присоединяется к другим звеньям механизма и входит в состав кинематических пар.

По кинематическому состоянию звенья механизма могут быть **подвижными** и **неподвижными** относительно выбранной системы координат. неподвижное звено называется **стойкой**.

В схемах механизмов все неподвижные элементы относятся к стойке, которая обозначается «0» и помечается штриховкой под углом 45° . За стойку принимают то звено, относительно которого про-

изводится изучение законов движения всех звеньев механизма. Стойка в составе механизма всегда *одна*, однако в составе схемы она может быть представлена несколькими элементами: шарнирно-неподвижными опорами и направляющими ползунов, т. е. присоединений к стойке может быть сколько угодно.

На схемах механизмов подвижные звенья обозначаются арабскими цифрами (рис. 1.3).

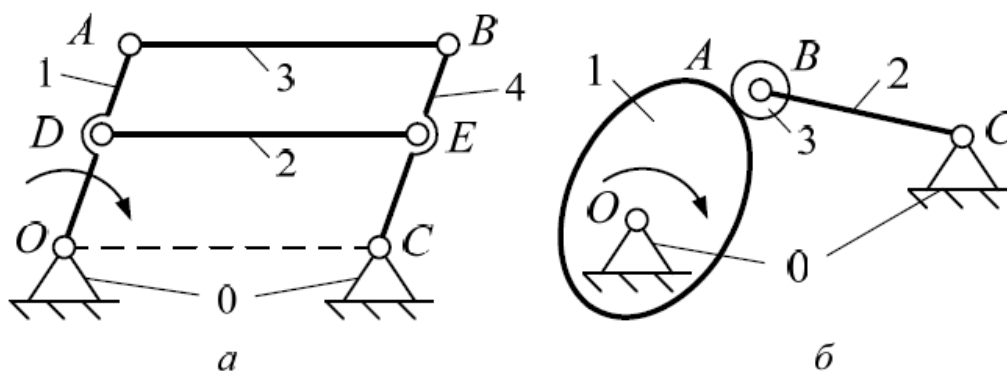


Рисунок 1.3 – Схемы механизмов

По преобразованию движения и силовых факторов звено может быть ведущим, ведомым и соединительным (промежуточным); входным и выходным; начальным.

Ведущее (движущее) звено – звено, для которого в данный момент времени сумма элементарных работ приложенных к нему внешних сил является положительной.

Ведущее звено приводит в движение весь механизм. На разных этапах работы ведущим звеном могут быть разные звенья. Так, например, на фазе сгорания топлива в двигателе внутреннего сгорания (фаза расширения газов) ведущим звеном будет поршень, а на фазе всасывания (фаза сжатия газов) – кривошип, который обычно жестко связан с маховиком.

Ведомое звено – звено, для которого в данный момент времени сумма элементарных работ приложенных к нему внешних сил является отрицательной или равной нулю.

Все остальные звенья механизма называются **соединительными (промежуточными)**.

Звено, движение которого преобразуется в заданные движения других звеньев, называется **входным звеном**.

Выходное звено – звено механизма, которое совершает требуемое движение, т. е. движение, для которого и был создан механизм.

Выходное звено обычно соединено с исполнительным органом машины либо с входным звеном другого механизма.

Обычно механизмы имеют один вход и один выход. Однако бывают и механизмы с одним входным звеном и несколькими выходными звеньями. Такие механизмы называются *дифференциальными*.

Также бывают механизмы с несколькими входными звеньями и одним выходным. Такие механизмы называют *суммирующие*.

Начальным называется звено, которому при исследовании приписывается обобщенная координата. За начальное звено принимается такое звено, с которого проще осуществить анализ механизма. Начальное звено не обязательно должно быть входным, оно может быть любым, даже промежуточным.

1.3. Классификация кинематических пар

Как уже отмечалось, кинематическая пара – это подвижное соединение двух звеньев.

Характер относительного движения звеньев в КП зависит от *вида контакта*. Контакт в КП может осуществляться в точке, по линии или по поверхности.

КП, в которых контакт осуществляется в точке или по линии, называются *вышними* (рис. 1.4, а – в точке К).

КП, в которых контакт осуществляется по поверхности, называются *низшими*.

Прочность, износостойкость и долговечность КП зависят от их вида и конструктивного исполнения. Низшие пары более износостойкие, чем высшие. Это объясняется тем, что в низших парах контакт их элементов происходит по поверхности, а следовательно, при одинаковой нагрузке в ней возникают меньшие удельные давления, чем в высшей. Поэтому с целью уменьшения износа в механизмах предпочтительнее использовать низшие КП. Однако часто применение высших КП позволяет значительно упростить структурные схемы машин, что уменьшает их габариты и упрощает конструкцию. Поэтому правильный выбор КП является сложной и ответственной задачей.

Чтобы КП существовала, элементы входящих в нее звеньев должны находиться в постоянном контакте, т. е. быть замкнутыми.

Существует два вида КП *по способу обеспечения контакта* звеньев:

– **силовые** – кинематические пары, в которых постоянство контакта звеньев обеспечивается за счет действия сил тяжести или силы упругости пружины (рис. 1.4, а);

– **геометрические** – кинематические пары, в которых постоянство контакта звеньев реализуется за счет конструкции рабочих поверхностей звеньев (рис. 1.4, б).

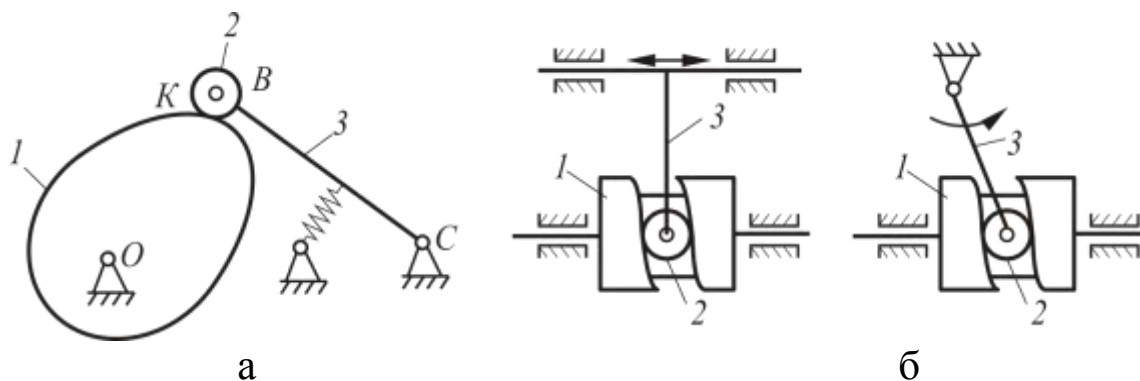


Рисунок 1.4 – Способы замыкания в кинематических парах

Свободно движущееся тело в пространстве (свободное тело) обладает шестью степенями свободы, т. е. оно может совершать три независимых поступательных движения вдоль осей X , Y , Z и три вращательных вокруг этих осей (рис. 1.5).

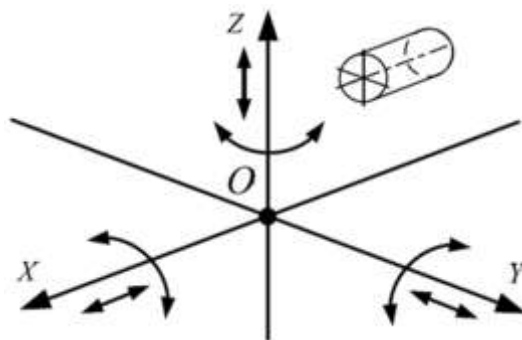


Рисунок 1.5 – Возможные перемещения механической системы

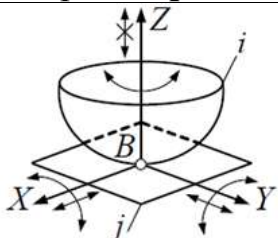
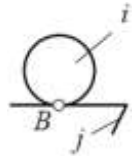
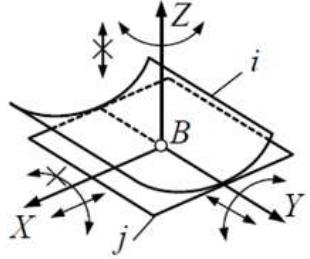
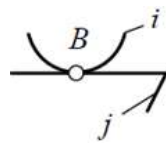
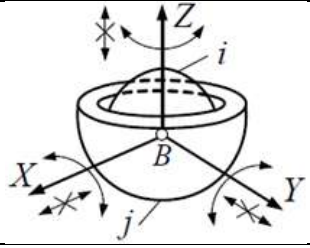
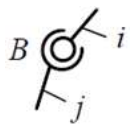
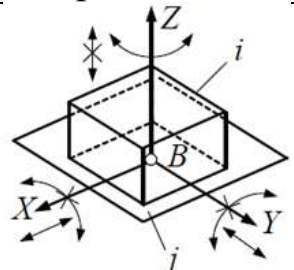
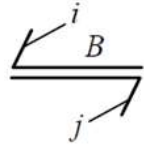
Для звеньев, входящих в КП, число степеней свободы всегда меньше шести. Если звено входит в КП, то на его относительное движение, т. е. на движение по отношению ко второму звену, входящему в эту пару, накладывают определенные ограничения, которые называют **условиями связей**.

По числу условий связей, накладываемых на относительное движение звеньев, КП подразделяют на **классы**. В зависимости от способа соединения звеньев в КП число условий связей может изме-

няться от одного до пяти (при шести наложенных связях пара перестает существовать). В зависимости от числа наложенных связей S (оставшихся степеней свободы H) различают **5 классов КП**.

К первому классу относятся пары, на относительное движение звеньев которых наложено одно условие связи (пятиподвижные пары), ко второму – два условия (четыреподвижные пары), к третьему – три (трехподвижные пары) и т. д. Классификация КП приведена в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Виды кинематических пар

Класс	Число связей, S	Подвижность, H	Пространственная схема	Вид контакта	Условное обозначение
1	2	3	4	5	6
Кинематическая пара «шар–плоскость»					
1	1	$3В+2П=5$		Точка, высшая	
Кинематическая пара «цилиндр–плоскость»					
2	2	$2В+2П=4$		Линия, высшая	
Кинематическая пара «сферическая»					
3	3	$3В=3$		Плоскость, низшая	
Кинематическая пара «плоскостная»					
3	3	$2В+1П=3$		Плоскость, низшая	

1	2	3	4	5	6
Кинематическая пара «сферическая с пальцем»					
4	4	$2B=2$		Плоскость, низшая	
Кинематическая пара «цилиндрическая»					
4	4	$1B+1П=2$		Плоскость, низшая	
Кинематическая пара «поступательная»					
5	5	$1П=1$		Плоскость, низшая	
Кинематическая пара «вращательная»					
5	5	$1B=1$		Плоскость, низшая	

Примечание: в таблице буква В обозначает вращательное движение, П – поступательное движение.

Условия существования кинематической пары:

- для образования КП необходимо наличие как минимум одной связи, ибо в случае равенства числа связей нулю звенья не взаимодействуют, т. е. не соприкасаются, следовательно, КП не существует;
- число связей может быть только целым числом и должно быть меньше шести, так как в случае равенства числа связей шести звенья теряют способность совершать даже простейшие относительные движения (вращательные или поступательные) и КП перестает суще-

ствовать, поскольку соединение, образованное этими звеньями, является неподвижным.

Использование такой классификации дает возможность получать сведения о возможных относительных движениях звеньев и о характере взаимодействия силовых факторов между элементами КП.

По характеру относительного движения звеньев в механизме различают плоские и пространственные кинематические пары. Если звенья друг относительно друга совершают плоскопараллельное движение, то такая пара является *плоской*. В противном случае кинематическая пара будет *пространственной*.

1.4. Виды подвижных звеньев

Подвижные звенья могут совершать как простые виды движений (вращательные и поступательные), так и сложные движения. В зависимости от вида совершаемого движения и назначения выделяют различные подвижные звенья (рис. 1.6 и табл. 1.2).

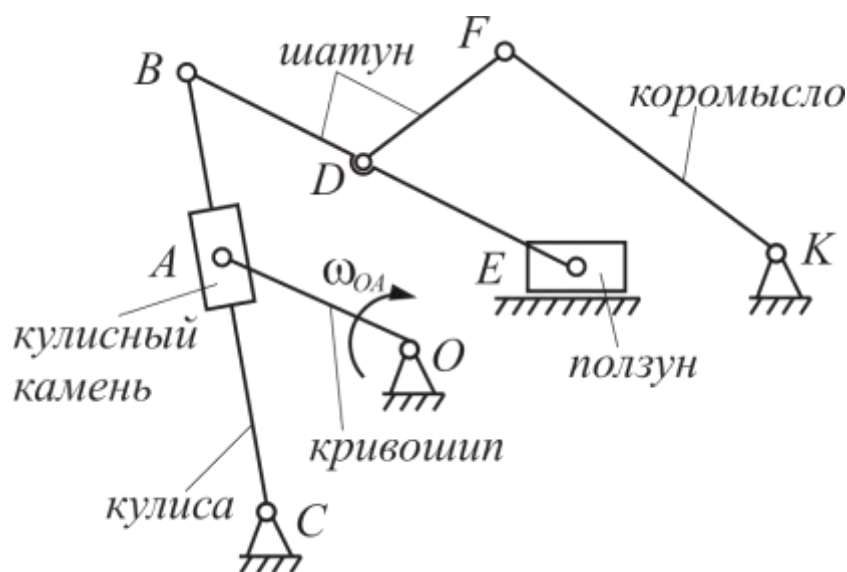


Рисунок 1.6 – Виды подвижных звеньев

К звеньям, совершающим *поступательное движение*, относятся ползун, рейка и толкатель.

Ползун – звено, образующее поступательную КП со стойкой.

Рейка – подвижное звено, образующее поступательную КП со стойкой, у которого два размера значительно меньше третьего.

Толкатель – звено, совершающее прямолинейное движение и образующее высшую КП с кулачком.

К звеньям, совершающим **вращательные движения**, относятся кривошип, коромысло, кулиса, качающийся ползун, кулачок, зубчатое и фрикционное колесо.

Кривошип – звено рычажного механизма, входящее в состав только вращательных КП и обладающее возможностью поворота вокруг оси вращения на угол более 360° .

Коромысло – звено рычажного механизма, входящее в состав только вращательных КП и обладающее возможностью поворота вокруг оси вращения на угол менее 360° .

Кулиса – звено рычажного механизма, входящее в состав вращательных и поступательных КП и обладающее возможностью поворота вокруг оси вращения на угол менее 360° .

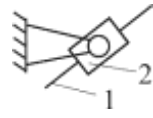
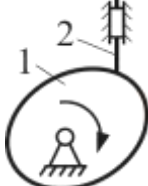

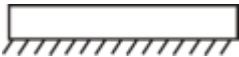
Качающийся ползун – звено рычажного механизма, образующее поступательную КП со штоком и вращательную КП со стойкой.

Зубчатое колесо – звено с замкнутой на нем системой выступов, обеспечивающее взаимодействия с соответствующими выступами другого колеса.

Фрикционное колесо – звено, которое осуществляет передачу движения за счет силы трения между прижимаемыми к нему телами.

Таблица 1.2 – Виды подвижных звеньев

Название	Условное обозначение	Вид движения	Особенности
1	2	3	4
1. Кривошип		Вращательное	Угол поворота $>360^\circ$
2. Шатун		Плоско-параллельное	Не образует кинематических пар со стойкой
3. Коромысло		Вращательное	Угол поворота $<360^\circ$
4. Ползун		Поступательное	Направляющая неподвижна
5.1. Кулиса 5.2. Кулисный камень		1. Вращательное 2. Сложное	Направляющая движения кулисного камня подвижна

1	2	3	4
6.1. Шток 6.2. Качающийся ползун		1. Плоско-параллельное 2. Вращательное	
7.1. Кулачок 7.2. Толкатель		1. Вращательное 2. Поступательное	Профиль кулачка определяет закон движения ведомого звена
8. Колесо		Вращательное	Может иметь зубчатый контур
9. Рейка		Поступательное	Может иметь зубчатый контур

К звеньям, которые совершают *сложное движение*, относятся шатун, кулисный камень и шток.

Шатун – звено рычажного механизма, образующее КП только с подвижными звеньями, не имеющими связей со стойкой.

Кулисный камень – звено, образующее поступательную кинематическую пару с кулисой.

Шток – звено, образующее поступательную кинематическую пару с качающимся ползуном.

Следовательно, **механизм** – это замкнутая кинематическая цепь, предназначенная для преобразования заданного движения одного или нескольких входных звеньев в требуемое движение остальных звеньев.

1.5. Кинематические цепи

Звенья, объединенные между собой посредством кинематических пар, образуют *кинематическую цепь*.

Кинематические цепи подразделяют:

– на **простые**, если все звенья цепи входят не более чем в две КП (рис. 1.7, а);

– **сложные**, если хотя бы одно звено цепи входит больше чем в две КП (рис. 1.7, б);

– **незамкнутые**, если в цепи есть хотя бы одно звено, входящее только в одну КП (рис. 1.7, б);

– **замкнутые, цепь**, если все звенья цепи входят в две или более КП (рис. 1.7, а).

Замкнутые, неизменной конфигурации контуры кинематической цепи, которые входят в одно звено, на схемах заштриховываются (рис. 1.7, б);

– *плоские*, если точки звеньев кинематической цепи описывают кривые, лежащие в плоскостях, параллельных одной общей плоскости;

– *пространственные*, если точки звеньев кинематической цепи описывают пространственные кривые либо кривые, не лежащие в параллельных плоскостях.

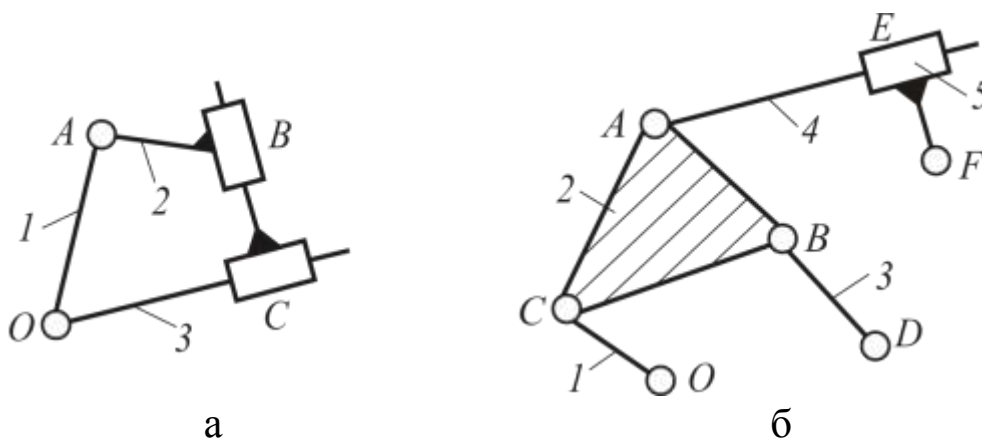


Рисунок 1.7 – Примеры простой и сложной кинематических цепей

Звенья, входящие только в одну КП, называются *поводками* (рис. 1.7, б, звенья 1, 3, 5).

Элементы кинематических пар звеньев, которыми они впоследствии присоединяются к другим кинематическим цепям или звеньям, называются *внешними* (рис. 1.7, б, пары O, D, F).

1.6. Основные виды механизмов

Механизм можно рассматривать как частный случай кинематической цепи, у которой как минимум одно звено обращено в стойку, а движение остальных звеньев определено заданным движением входных звеньев.

По назначению механизмы разделяются на направляющие и передаточные.

Передаточный механизм – устройство, предназначенное для воспроизведения заданной функциональной зависимости между перемещениями входного и выходного звеньев.

Направляющий механизм – механизм, у которого траектория определенной точки звена, образующего КП только с подвижными звеньями, совпадает с заданной кривой.

Названия механизмов обычно происходят по названиям их входного и выходного звеньев или характерного звена, входящего в его состав.

Рассмотрим основные виды механизмов, получившие распространение в технике.

Шарнирно-рычажные механизмы

Механизмы, звенья которых образуют только низшие КП, называют *шарнирно-рычажными*. Эти механизмы нашли широкое применение благодаря тому, что они долговечны, надежны и просты в эксплуатации. Данный вид механизмов будет подробно рассмотрен далее.

Кулачковые механизмы

Механизмы, в состав которых входит звено, имеющее переменный профиль (кулачок), называют *кулачковыми*.

При помощи кулачковых механизмов конструктивно наиболее просто можно получить практически любое движение ведомого звена по заданному закону. Кулачковые механизмы применяются как в рабочих машинах, так и в разного рода командоаппаратах. В настоящее время существует большое число разновидностей кулачковых механизмов, которые будут рассмотрены в главе 4.

Винтовые механизмы

Механизмы, имеющие в своем составе КП «винт–гайка», называют *винтовыми (резьбовыми)*.

Они часто применяются в металлорежущих станках, прессах, домкратах, различных приборах и измерительных устройствах (рис. 1.8).

Винтовые механизмы обычно применяются там, где необходимо преобразовать вращательное движение во взаимозависимое поступательное или наоборот. Взаимозависимость движений устанавливается правильным подбором геометрических параметров винтовой пары.

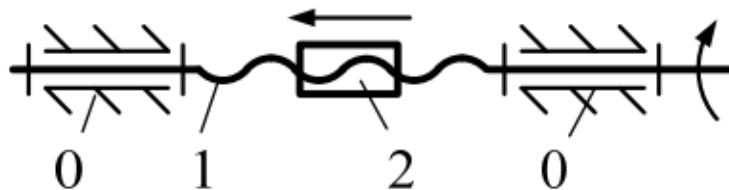


Рисунок 1.8 – Схема винтового механизма

Клиновые механизмы

Клиновые механизмы применяются в зажимных устройствах и приспособлениях различного рода, в которых требуется создать большое усилие на выходе при ограниченных силах, действующих на входе (рис. 1.9). Отличительной особенностью этих механизмов являются простота и надежность конструкции.

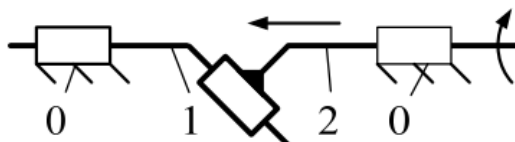


Рисунок 1.9 – Схема клинового механизма

Фрикционные механизмы

Механизмы, в которых передача движения между соприкасающимися телами осуществляется за счет сил трения, называются **фрикционными**.

Вследствие того, что звенья 1 и 2 прижаты друг к другу, по линии контакта между ними возникает сила трения, которая приводит в движение звено 2 (рис. 1.10).

Широкое применение фрикционные передачи получили в приборах, лентопротяжных механизмах, вариаторах (механизмах с плавной регулировкой числа оборотов).

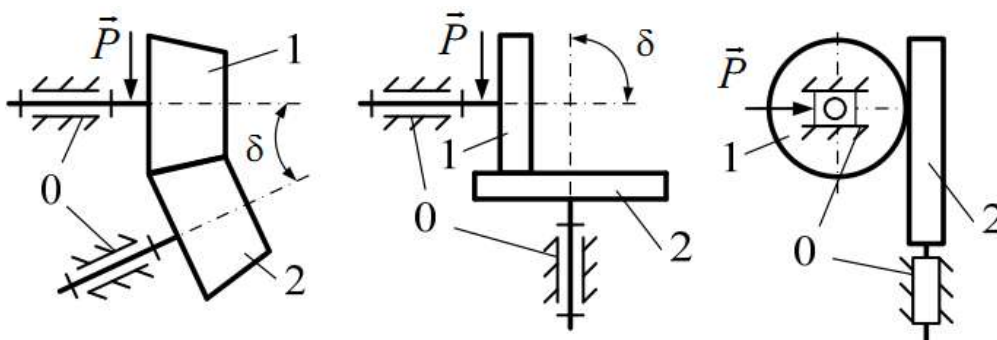


Рисунок 1.10 – Схемы фрикционных механизмов

Зубчатые механизмы

Для передачи вращательного движения по заданному закону между валами с параллельными, пересекающимися и перекрещивающимися осями применяются различного вида **зубчатые механизмы**, в состав которых входят зубчатые звенья. При помощи зубча-

тых колес можно осуществлять передачу движения как между валами с неподвижными осями, так и с перемещающимися в пространстве (рис. 1.11).

Меньшее из двух зацепляющихся зубчатых колес называют *шестерней*, а большее – *зубчатым колесом*.

Рейка является частным случаем зубчатого колеса, у которого радиус кривизны равен бесконечности.

Если в зубчатой передаче имеются зубчатые колеса с подвижными осями, их называют *планетарными* (рис. 1.11, б).

Планетарные зубчатые передачи по сравнению с передачами с неподвижными осями позволяют передавать большие мощности и передаточные числа при меньшем числе зубчатых колес. Они также широко применяются при создании суммирующих и дифференциальных механизмов.

Передача движений между перекрещивающимися осями осуществляется с помощью червячной передачи (рис. 1.11, в).

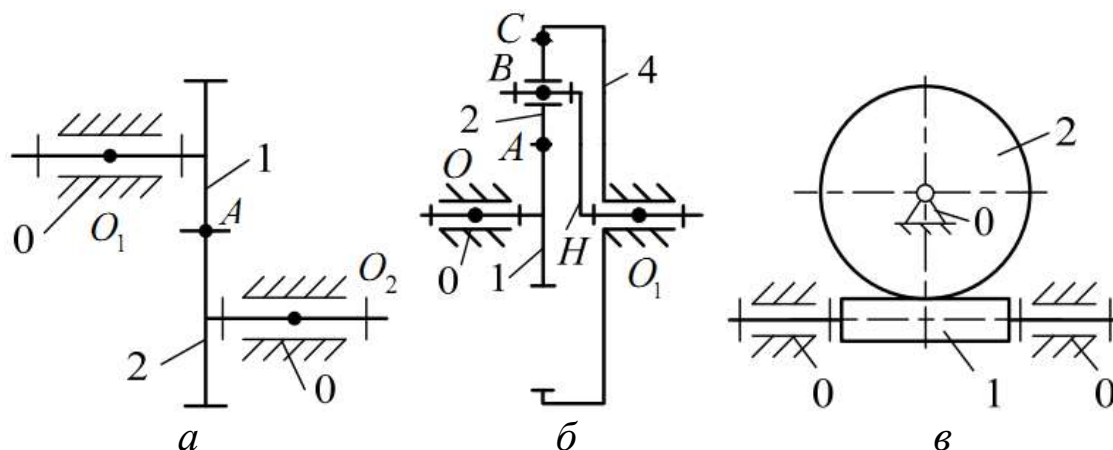


Рисунок 1.11 – Схемы зубчатых механизмов

Червячная передача получается из передачи «винт–гайка» путем продольной разрезки гайки и ее двукратного сворачивания во взаимно перпендикулярных плоскостях. Червячная передача обладает свойством самоторможения и позволяет в одной ступени реализовывать большие передаточные числа.

Зубчатые механизмы применяют для изменения частоты и направления вращения выходного звена, суммирования или разделения движения. Зубчатые механизмы будут подробно рассмотрены далее в главе 5.

Мальтийский механизм

Мальтийский механизм – механизм, содержащий кривошип, имеющий специальный выступ-палец, прерывисто сцепляющийся с пазом выходного звена. Мальтийский механизм относится к механизмам прерывистого движения и является разновидностью кулисных механизмов (рис. 1.12).

Мальтийские механизмы предназначены для преобразования вращательного движения ведущего звена в прерывистое движение выходного звена, сопровождаемое остановками или выстоями требуемой продолжительности. Одной из разновидностей мальтийских механизмов являются поводковые механизмы.

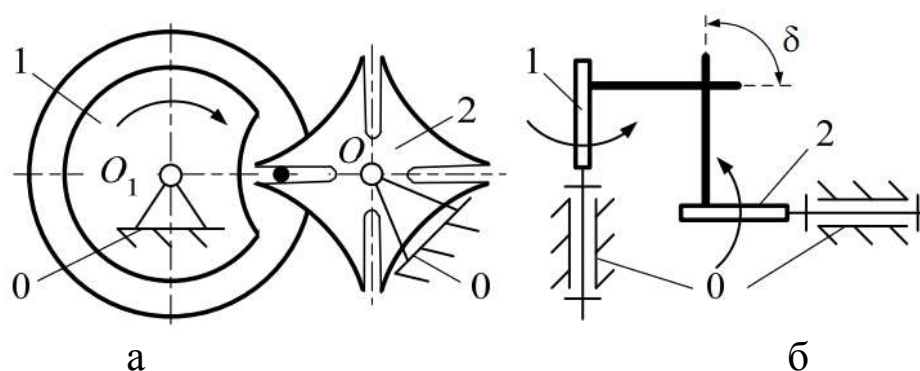


Рисунок 1.12 – Схемы мальтийских механизмов

Поводковый механизм – механизм, подвижные звенья которого имеют специальные цилиндрические выступы-пальцы (рис. 1.12, б).

Поводковые механизмы предназначены для передачи вращательного движения между звеньями с пересекающимися осями. Оси вращения звеньев поводковых механизмов могут пересекаться под любым углом δ . При $\delta = 90^\circ$ поводковые механизмы являются **ортогональными**.

Храповый механизм

Храповый механизм является разновидностью зубчатых передач и предназначен для осуществления движения только в одном направлении (рис. 1.13). Храповые механизмы широко применяются в станках, грузоподъемных машинах, часовых механизмах, а также в передачах периодического движения.

При качаниях коромысла 1 качающаяся собачка 2 сообщает вращение храповому колесу 3 только при движении коромысла против часовой стрелки. Для удержания колеса 3 от самопроизвольного поворота по часовой стрелке при движении коромысла против хода часов служит стопорная собачка 5.

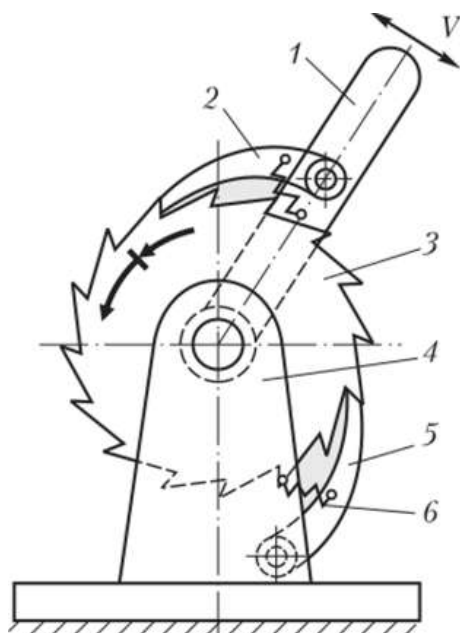


Рисунок 1.13 – Схема храпового механизма

Цевочный механизм

Цевочный механизм – зубчатый механизм для передачи вращательного или поступательного движения, в котором одно из звеньев имеет зубья, выполненные в виде круглых цилиндров (цевок), а зубья второго звена имеют сопряженный профиль (рис. 1.14).

Цевочные механизмы используются тогда, когда применение традиционных зубчатых механизмов по каким-либо причинам является невозможным или нецелесообразным.

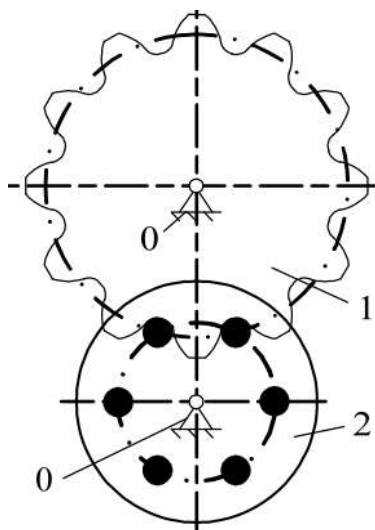


Рисунок 1.14 – Схема цевочного механизма

Все рассмотренные ранее механизмы состояли только из жестких звеньев, а преобразование движения у них осуществлялось на ос-

нове принципа работы рычага и наклонной плоскости. Однако имеются и механизмы с гибкими звеньями, передача движения в которых производится как традиционными способами, так и на принципе деформирования.

Если необходимо передать на относительно большое расстояние механическую энергию из одной точки пространства в другую, то применяют *механизмы с гибкими звеньями*. В качестве гибких звеньев, передающих движение от одного звена механизма к другому, используются ремни, канаты, цепи, нити, ленты, шарики и т. п.

Волновой механизм

Принцип действия волновых механизмов основан на преобразовании параметров движения за счет периодического деформирования одного из звеньев механизма (рис. 1.15). Широкое практическое применение этот принцип преобразования движения нашел после того, как В. Массер спроектировал новую волновую зубчатую передачу с механическим генератором волн. В настоящее время разработано большое число разновидностей волновых механизмов.

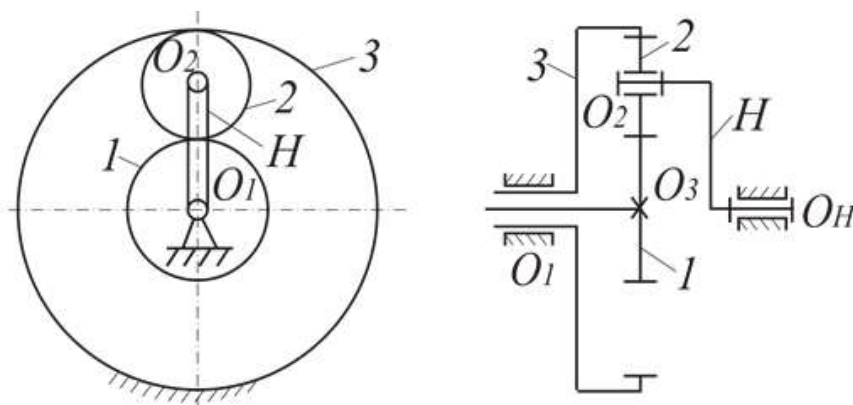


Рисунок 1.15 – Схема волнового механизма

При вращении генератора H в гибком колесе 1 возникают две движущие волны, которые вызывают в нем радиальное и осевое перемещение зубьев. Так как число зубьев на гибком колесе 1 меньше, чем на жестком 2, то в результате взаимодействия зубьев обоих колес между собой гибкое колесо обкатывается по неподвижному жесткому колесу в направлении, противоположном вращению вала генератора. В результате большой многопарности зацепления волновые механизмы имеют высокую плавность хода, нагрузочную способность и кинематическую точность.

1.7. Структура плоских механизмов

В зависимости от решаемых задач для одного и того же механизма или машины можно составить функциональную, структурную, геометрическую, кинематическую и динамическую схемы.

Структурная схема – это графическое изображение механизма, выполненное без соблюдения масштабов с использованием условных обозначений, рекомендованных ГОСТ.

Структурная схема механизма содержит информацию о числе звеньев и виде движений, ими совершаемых, о числе подвижности и классе КП, о числе и виде кинематических цепей.

Плоские кинематические цепи наиболее распространены в большинстве рычажных механизмов, поэтому важно знать число степеней свободы плоской кинематической цепи.

Свободное звено при плоском движении обладает тремя степенями свободы, т. е. тремя независимыми движениями: поступательными вдоль осей координат, расположенных в плоскости, и вращательным вокруг оси, перпендикулярной этой плоскости. Поэтому в плоской кинематической цепи могут быть только одно- и двухподвижные КП (пары пятого и четвертого классов).

Пусть число звеньев плоского механизма равно n , число КП пятого класса p_5 , а число КП четвертого класса p_4 . Поскольку каждая пара пятого класса исключает два движения из трех, а каждая пара четвертого класса – одно движение из трех, то **число степеней свободы плоского механизма** будет определяться по формуле, полученной П. Л. Чебышевым:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4. \quad (1.1)$$

Структурная формула для пространственных механизмов была получена Сомовым-Малышевым:

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1. \quad (1.2)$$

Степень свободы (или подвижности) механизма совпадает с числом обобщенных координат, т. е. с числом независимых переменных, однозначно определяющих положение механической системы.

Если $W = 1$, то в этом механизме следует задать движение одному (ведущему) звену, и тогда движение остальных звеньев будет од-

нозначно определено. Если механизм имеет две степени свободы ($W = 2$), то в нем следует назначить два ведущих звена, имеющих по одному независимому движению, либо одно звено с двумя независимыми движениями.

Решение ряда задач механики механизмов и машин, и в частности кинематический и кинетостатический анализ, определяются структурой механизма. С учетом классификации все механизмы можно разделить на такие группы, к которым при решении задач применимы единые методы расчетов.

Современная классификация механизмов основана на структурной классификации, предложенной русским профессором Л. В. Ассуром (1878–1920 гг.) и развитой в работах академика И. И. Артоболевского. В соответствии с классификацией Ассура плоский механизм можно разделить на отдельные кинематические цепи, одна из которых обладает *ненулевой подвижностью*, а остальные – *нулевой*.

Кинематическую цепь, у которой число степеней свободы равно числу степеней подвижности всего механизма, называют **начальным механизмом (первичным)**. В состав начального механизма входят стойка и одно (при $W = 1$) или несколько (при $W > 1$) начальных звеньев (рис. 1.16). В начальный механизм входят звенья, движения которых известны.

Ведущее звено, соединенное вращательной или поступательной кинематической парой со стойкой, называют **механизмом первого класса**.

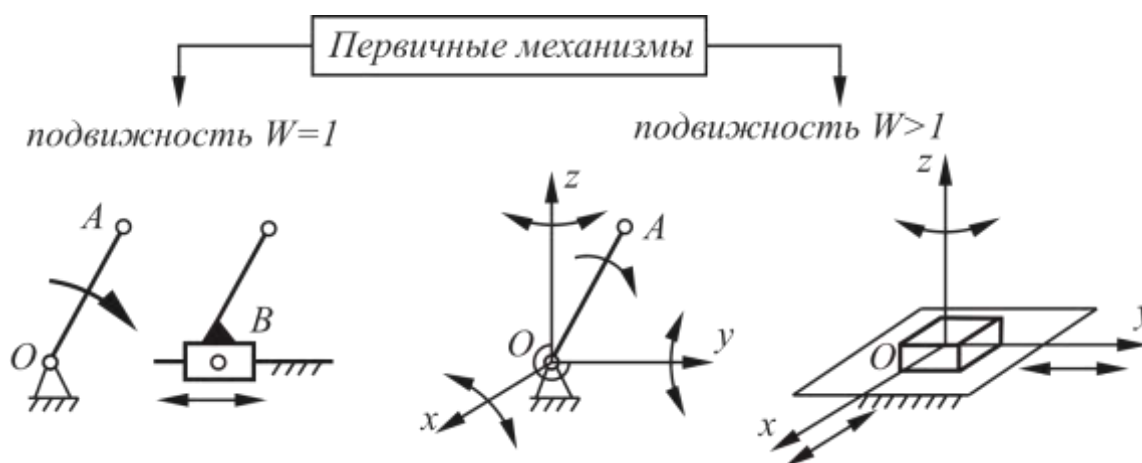


Рисунок 1.16 – Первичные механизмы

Группа Ассура (структурная группа звеньев) – кинематическая цепь, которая при соединении свободными элементами кинематических пар к стойке превращается в жесткую систему – ферму с нуле-

вой степенью подвижности, а при соединении с механизмом не изменяет его степени подвижности.

Структурная группа Ассура имеет вид

$$3n - 2p_5 = 0, \text{ или } p_5 = \frac{3}{2}n. \quad (1.3)$$

Поскольку число кинематических пар не может быть дробным, число звеньев в группах Ассура должно быть *четным*, а число КП пятого класса *кратным трем*: $n = 2; 4; 6...; p_5 = 3; 6; 9...$

Таким образом, согласно структурной классификации, предложенной Л. В. Ассуром, любой механизм может быть образован путем последовательного присоединения к первичному механизму (ПМ) структурных групп Ассура (рис. 1.17).

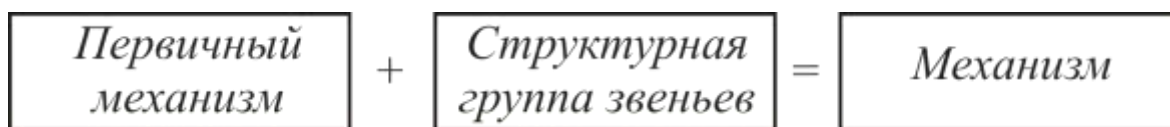


Рисунок 1.17 – Структура механизма по Ассуру

Группы Ассура делят на классы и порядки. **Класс структурной группы** определяется высшим классом замкнутого контура, входящего в ее состав. **Класс контура** определяется числом КП, его образующих. Контур может быть образован как звеном, так и системой звеньев (рис. 1.18).

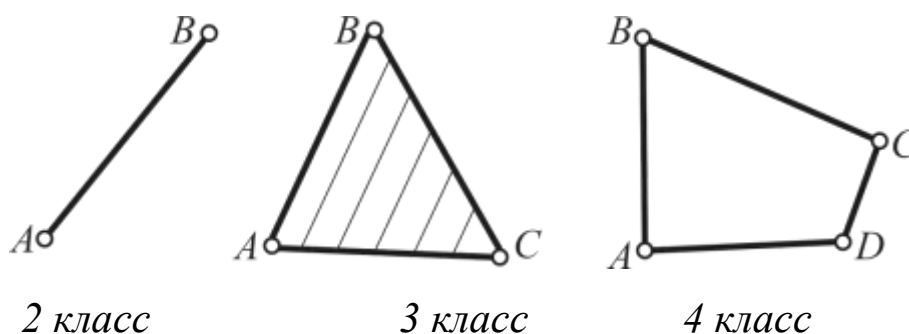


Рисунок 1.18 – Контур звеньев структурных групп разных классов

Порядок группы Ассура определяется числом свободных элементов звеньев (поводков), которыми она может присоединяться к механизму. Примеры структурных групп Ассура показаны на рисунке 1.19.

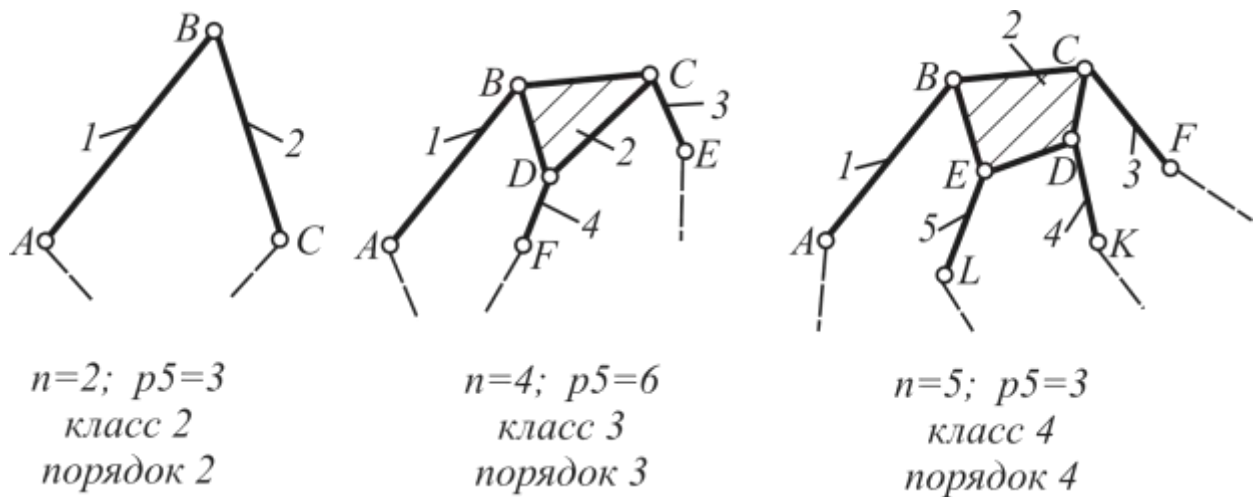


Рисунок 1.19 – Примеры структурных групп

Поводок – это конечное звено структурной группы, одним элементом входящее в состав одной кинематической пары и имеющее второй свободный элемент звена. На структурной схеме поводок обозначается *пунктирной линией*.

Наиболее распространены структурные группы, включающие два подвижных звена ($n = 2$) и три КП пятого класса ($p_5 = 3$). Их называют двухповодковыми группами Ассура или структурными группами второго класса второго порядка. Различают пять видов групп Ассура второго класса второго порядка, отличающихся между собой только соотношением между числом вращательных и поступательных КП и порядком их расположения (рис. 1.20).

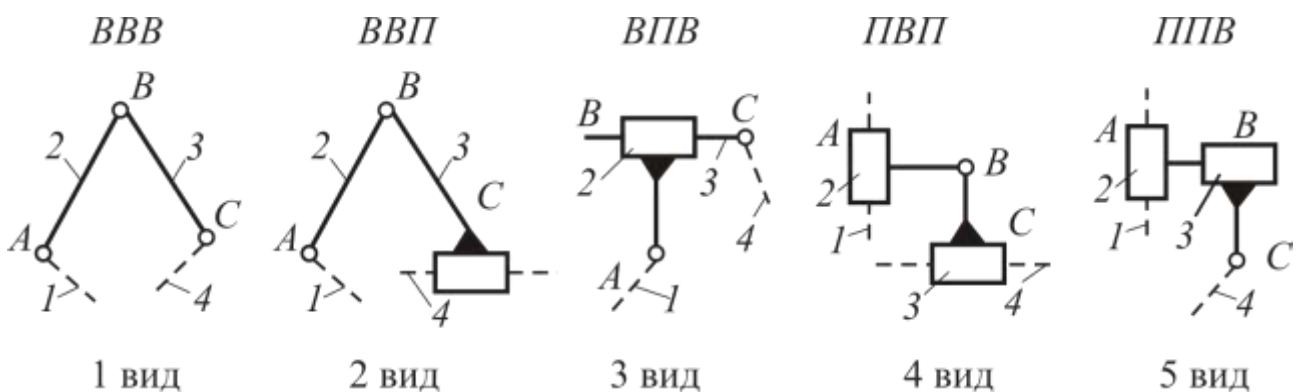


Рисунок 1.20 – Виды групп Ассура второго класса второго порядка

Класс механизма определяется высшим классом из числа групп Ассура, входящих в него.

1.8. Замена высших кинематических пар низшими

В настоящее время наиболее разработаны методы для исследования механизмов и машин, в состав которых входят только низшие КП. Поэтому часто при исследовании механизмов с высшими КП целесообразно заменять их аналогами с низшими КП. Понятно, что заменяющие механизмы должны быть структурно и кинематически эквивалентны заменяемому.

Для построения заменяющих механизмов необходимо выполнить следующие действия:

1. Провести общую нормаль $N-N$ в месте контакта элементов заменяемой высшей КП.

2. Найти центры кривизны ρ в месте контакта звеньев, образующих эту высшую КП.

3. Поместить в найденные центры кривизны вращательные кинематические пары, если радиусы кривизны конечны, и поступательные кинематические пары, если один или оба радиуса бесконечны.

4. Последовательно соединить между собой все ранее существовавшие и вновь образованные кинематические пары с помощью звеньев (рис 1.21).

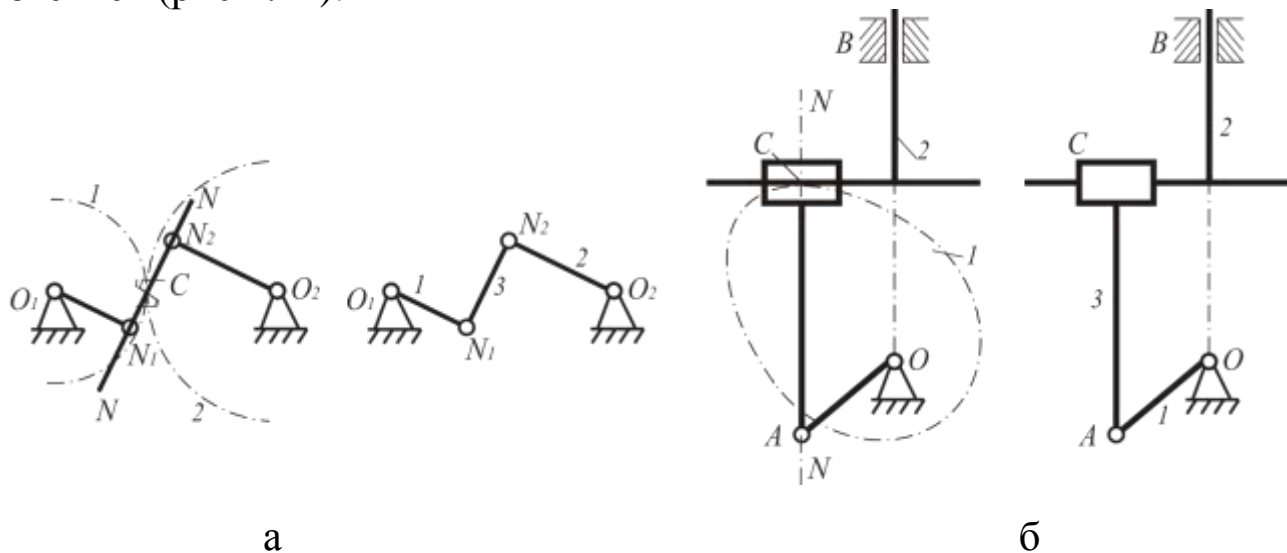


Рисунок 1.21 – Примеры замены механизма с высшей кинематической парой на механизм с низшей кинематической парой

В трехзвенном зубчатом механизме (рис. 1.21, а) число подвижных звеньев $n = 2$, число низших КП пятого класса $p_5 = 2$ (пары $0-1$ и $0-2$), число высших КП четвертого класса $p_4 = 1$ (пара $1-2$). Степень подвижности заданного механизма

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1.$$

Для замены высшей КП проводим общую нормаль $N-N$ к сопряженным профилям в точке C их касания и находим центры кривизны N_1 и N_2 обоих профилей. Соединив эти центры с центрами вращения зубчатых колес O_1 и O_2 , получаем заменяющий механизм, в состав которого дополнительно включено звено 3 , входящее в две низшие КП $1-3$ (N_1) и $2-3$ (N_2). Степень подвижности заменяющего механизма

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

Заменяющий механизм содержит структурную группу второго класса первого вида, значит, получаем механизм второго класса.

Отметим, что заменяющий механизм полностью эквивалентен заменяемому в рассматриваемый момент времени. Однако если строить заменяющий механизм для других положений звеньев, то его структура останется той же, но размеры звеньев будут другими. Отсюда следует, что при кинематическом и динамическом исследовании механизмов с высшими КП их аналоги с низшими КП будут иметь переменные по величине звенья.

1.9. Порядок выполнения структурного анализа плоских механизмов

1. Вычерчивают структурную схему механизма и анализируют ее.

2. Высшие КП (при их наличии) заменяют низшими и вычерчивают схему заменяющего механизма. Определяют степень подвижности заданного и заменяющего механизмов.

3. По заданным условиям находят механизм первого класса (при $W = 1$) или два механизма первого класса (при $W = 2$). Заметим, что весьма редко встречаются плоские механизмы, степень подвижности которых $W = 2$.

4. Начиная от звеньев, наиболее удаленных от ведущего звена, отделяют первую предполагаемую структурную группу. Отделив ее, проверяют степень подвижности оставшегося механизма, которая должна быть равна степени подвижности исходного механизма. Определяют класс и порядок выделенной структурной группы. Необхо-

димо следить за тем, чтобы предполагаемая группа Ассура не включала в себя две или более структурные группы.

5. Продолжают разложение оставшейся кинематической цепи по указанной выше методике. В результате последним окажется механизм (или два механизма) первого класса.

6. Записывают формулу строения механизма, показывающую последовательность присоединения к механизму (механизмам) первого класса структурных групп. Класс механизма определяют по высшему классу из числа структурных групп, входящих в его состав.

Указание 1. При структурном исследовании механизмов могут встречаться шарниры, соединяющие не два звена, а три звена и более. Эти шарниры называют двойными, тройными и т. д. В обычном шарнире $p_5 = 1$, в двойном $p_5 = 2$, в тройном $p_5 = 3$ и т. д.

Указание 2. Класс механизма может измениться в зависимости от выбора ведущего звена (или ведущих звеньев).

Рассмотрим пример структурного анализа механизма.

Пример. Структурный анализ механизма грохота зерноуборочного комбайна (рис. 1.22) в двух вариантах:

1 вариант – ведущее звено 1 (рис. 1.22, а);

2 вариант – ведущее звено 4 (рис. 1.22, б).

Вариант I. Начальным является механизм, состоящий из стойки и звена 1. Число степеней свободы механизма по формуле П. Л. Чебышева

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1,$$

где $n = 5$; $p_5 = 7$ (пары 1–0, 1–2, 2–3, 3–4, 4–0, 2–5, 5–0); $p_4 = 0$.

Предполагаем, что поводки 3 и 4 образуют структурную группу, выделяем ее (рис 1.22, а1), вычерчиваем оставшуюся кинематическую цепь (рис. 1.22, а2) и определяем ее степень подвижности. Так как $n = 3$, $p_5 = 4$ (пары 5–0; 5–2; 2–1; 1–0), $p_4 = 0$, то

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1.$$

Итак, выделенная кинематическая цепь действительно является группой Ассура второго класса, второго порядка, первого вида.

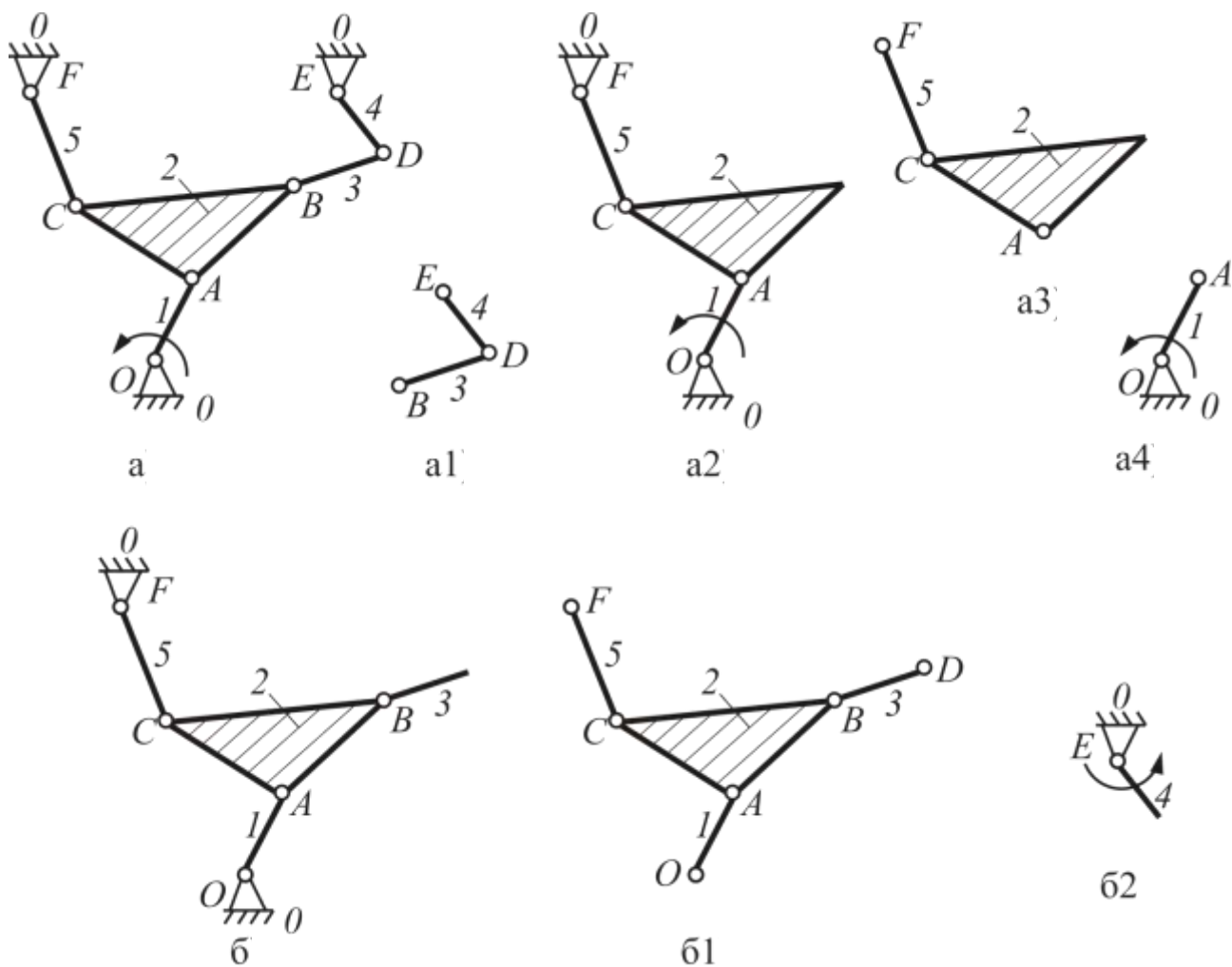


Рисунок 1.22 – Структурный анализ механизма грохота зерноуборочного комбайна

Выделяем вторую предполагаемую структурную группу, состоящую из звеньев 5 и 2 (рис 1.22, а3). В результате получаем механизм первого класса (рис. 1.22, а4), степень подвижности которого

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 1.$$

Делаем вывод, что звенья 5 и 2 образуют группу Ассур второго класса, второго порядка, первого вида.

Записываем формулу строения механизма:

$$I(0; 1) \rightarrow II(2; 5) \rightarrow II(3; 4).$$

В рассмотренном варианте получились только двухповодковые группы, значит, имеем **механизм второго класса**.

Вариант 2. Начальным является механизм, состоящий из стойки и звена 4 (рис. 1.22, б). Поводками предполагаемой структурной группы могут быть любые звенья, связанные со звеном 4 или стойкой, т. е. 1, 5 и 3. Однако ни один из этих поводков не связан друг с другом, значит, двухповодковых групп нет.

Выделяем трехповодковую группу, состоящую из звеньев 1, 2, 3, 5 (рис. 1.22, б1). В результате разложения остается начальный механизм первого класса, образованный звеном 4 и стойкой, степень подвижности которого $W = 1$, что и у заданного механизма. Таким образом, в этом варианте тот же механизм имеет одну структурную группу третьего класса, третьего порядка. Формула строения механизма:

$$I (4; 0) \rightarrow III (1; 2; 3; 5).$$

Таким образом, во втором варианте *механизм будет третьего класса.*

Вопросы для самопроверки

1. Что изучают в теории механизмов и машин?
2. Дайте определение машине.
3. Какие виды машин вы знаете?
4. Дайте определение механизма.
5. В чем отличие двигателя и генератора?
6. Что такое звено?
7. Приведите классификацию звеньев.
8. Что называют кинематической парой и кинематической цепью?
9. Дайте классификацию кинематических пар.
10. Назовите условия существования кинематической пары.
11. Перечислите виды подвижных звеньев.
12. Как заменяют высшие кинематические пары низшими?
13. Дайте определение структурной схемы. Каково ее назначение?
14. Что такое структурная группа?
15. Как определяют класс и порядок структурной группы?
16. Какова последовательность структурного анализа механизма?

ГЛАВА 2. ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КИНЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ С НИЗШИМИ ПАРАМИ

2.1. Задачи и методы кинематического анализа

При кинематическом анализе механизмов рассматривают движение звеньев только с геометрической точки зрения, без учета сил, вызывающих это движение. Предполагают, что кинематическая схема механизма, размеры его звеньев и законы движения ведущего звена заданы. В большинстве механизмов ведущим является кривошип, как правило, равномерно вращающийся вокруг неподвижной оси.

Целью кинематического анализа является определение величин, направлений действия и закономерностей изменения кинематических параметров исследуемого механизма в функции времени.

В рамках кинематического анализа плоских рычажных механизмов решаются следующие *задачи*:

1. Выявление возможных положений всех звеньев механизма за рассматриваемый промежуток времени.

2. Определение величин линейных и относительных скоростей характерных точек механизма, а также выявление значений и направлений угловых скоростей всех звеньев.

3. Определение величин линейных и относительных ускорений характерных точек механизма, а также выявление значений и направлений угловых ускорений всех звеньев.

Кинематический анализ проводят для одного периода (полного оборота кривошипа), так как положения звеньев, скорости и ускорения изменяются периодически. Исследование начинают с ведущих звеньев, а затем выполняют кинематический анализ структурных групп в порядке их присоединения к начальному (ведущему) звену. Поэтому перед проведением кинематического анализа следует выполнить структурный анализ механизма.

Для различных классов структурных групп существуют определенные методы кинематического анализа. В настоящем пособии мы рассматриваем механизмы только второго класса, как наиболее распространенные.

При кинематическом анализе используются *аналитический, графический и графоаналитический методы*.

Аналитические методы являются наиболее точными. Их применяют в тех случаях, когда требуется получить особо точные результаты. Эти методы незаменимы при малых перемещениях точек и звеньев механизмов. Сущность любого аналитического метода заключается в установлении зависимости между перемещением, скоростью и ускорением начального звена и перемещениями, скоростями и ускорениями точек или звеньев рассматриваемого механизма.

Аналитические методы все чаще применяют в связи с широким использованием электронно-вычислительной техники и систем позиционирования. Следует отметить, что аналитический метод во многих случаях требует разработки довольно сложного алгоритма решения, а потому не всегда целесообразен.

К **графоаналитическим методам** кинематического анализа относятся: метод кинематических планов (метод планов); метод кинематических диаграмм (метод диаграмм).

Оба метода дают примерно одинаковый по точности результат. Однако метод диаграмм в основном применяется для определения закона движения и кинематических параметров характерных точек выходных звеньев механизма. Метод планов позволяет найти кинематические параметры любых точек, принадлежащих звеньям механизма.

Кинематический анализ начинается с построения кинематической схемы механизма.

Кинематическая схема – это графическое изображение механизма, выполненное в определенном масштабном коэффициенте с использованием условных обозначений, рекомендованных ГОСТ.

Кинематическая схема содержит информацию о числе звеньев и виде движений, ими совершаемых, о числе подвижности и классе кинематических пар, о числе и виде кинематических цепей и о размерах звеньев.

Для задания и определения различных величин при графических построениях используют **масштабный коэффициент**, представляющий собой отношение какой-либо физической величины, измеряемой в присущих ей единицах, к отрезку в миллиметрах, изображающему указанную величину графически. Масштабный коэффициент можно называть вычислительным масштабом, или просто масштабом. В соответствии с определением масштабные коэффициенты имеют размерность. Их принято обозначать буквой μ с нижним индексом, соответствующим изображаемой в виде отрезка физической величине.

Так, например, *масштаб длин* – это отношение действительной величины звена L в метрах к длине отрезка l , изображающего это звено в миллиметрах. Масштаб длин измеряется в $м/мм$ и определяется по формуле

$$\mu_l = \frac{L}{l}. \quad (2.1)$$

2.2. Метод кинематических планов

Построение планов скоростей и ускорений выполняется в соответствующем масштабном коэффициенте и основано на графическом решении векторных уравнений распределения величин скоростей и ускорений между характерными точками механизма.

В большинстве случаев движение плоских рычажных механизмов носит циклический характер, поэтому кинематический анализ плоских рычажных механизмов выполняют для одного периода их работы.

Для решения первой задачи кинематического анализа строят план положений механизма графоаналитическим методом.

2.2.1. План положений механизма

План положений механизма – это графическое изображение взаимного расположения звеньев механизма за рассматриваемый промежуток времени, выполненное в определенном масштабном коэффициенте.

Построение планов положений начинают с изображения элементов стойки и направляющих. Далее последовательно изображают ведущие звенья в заданных положениях и структурные группы звеньев. Положения подвижных характерных точек определяются с помощью метода засечек. Траекторию движения ведущего звена делят на равные части: $k = 12, 24, 36, 48$ и т. д. Если ведущим звеном является вращающийся кривошип, то окружность, описываемую какой-либо его точкой, разбивают на равные части, нумеруя положение каждой точки деления в направлении вращения кривошипа, начиная от одного из его крайних положений. За начальное положение принимается одно из крайних положений выходного звена. Для каждого положения ведущего звена графически определяют положения структурных групп (рис. 2.1).

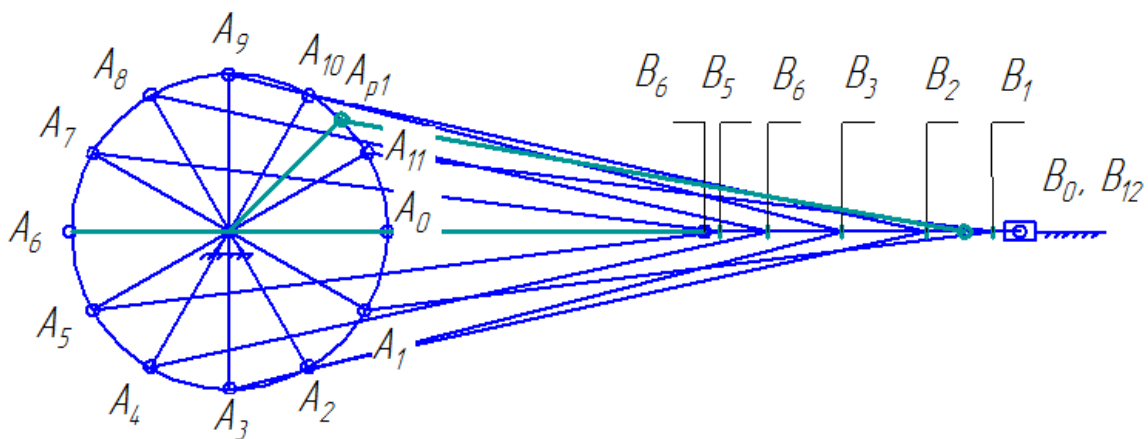


Рисунок 2.1 – План положений механизма

2.2.2. Построение планов скоростей и ускорений

План скоростей – это пучок векторов, выполненный в определенном масштабном коэффициенте, лучи которого изображают векторы линейных скоростей характерных точек механизма, а отрезки, соединяющие их вершины, соответствуют векторам относительных скоростей.

Масштабный коэффициент плана скоростей μ_V , $m/(c \cdot мм)$, определяется по формуле

$$\mu_V = \frac{V_A}{p_V a}, \quad (2.2)$$

где V_A – скорость точки A , m/c ;

$p_V a$ – произвольный отрезок, соответствующий вектору скорости точки A , $мм$.

Рассмотрим принцип образования векторных уравнений, разделив типовые рычажные механизмы на две группы по принципу движения характерных точек.

Первый случай. Три точки принадлежат одному звену, которое совершает плоскопараллельное движение.

Пусть на звене расположены три точки A , B и C (рис. 2.2, а), находящиеся на известных расстояниях l_{AB} , l_{AC} и l_{BC} одна от другой. Известны угловая скорость ω и угловое ускорение ε звена, а также скорость V_A и ускорение a_A точки A .

Построение плана скоростей

Из теоретической механики известно, что при плоскопараллельном движении тела скорость определяется векторной суммой **переносной скорости** поступательного движения точки, принадлежащей этому телу, и **относительной скорости** вращательного движения вокруг этой точки:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}. \quad (2.3)$$

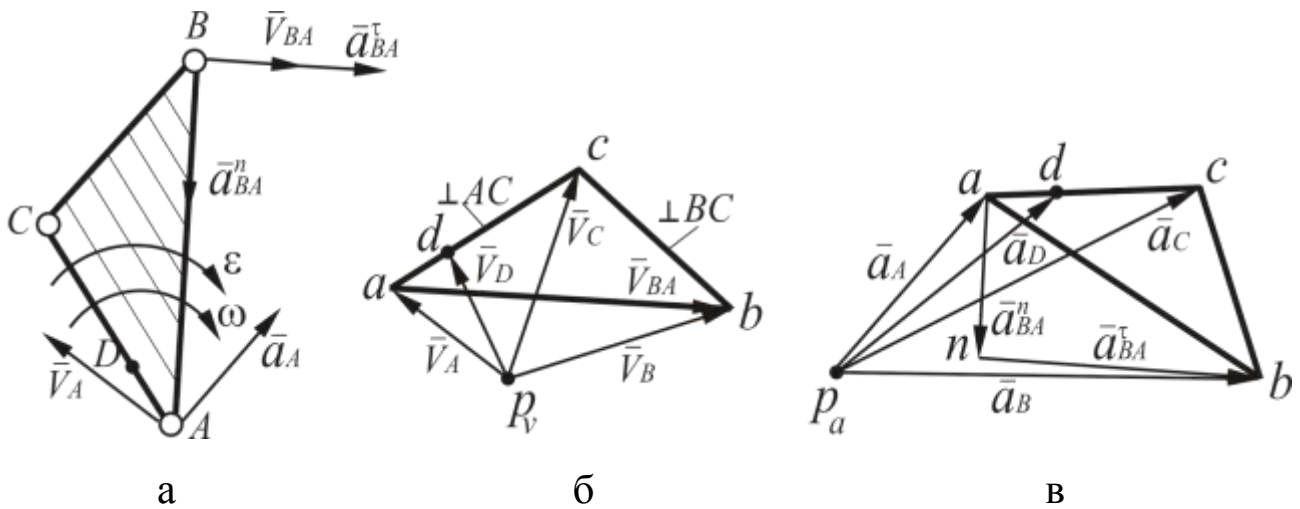


Рисунок 2.2 – Построение планов скорости и ускорения в первом случае

При вращении звена AB вокруг точки A точка B движется по дуге окружности с центром в точке A , поэтому вектор скорости V_{BA} направлен по касательной к этой дуге, т. е. перпендикулярно звену AB . Модуль вектора скорости (рис. 2.2, а):

$$V_{BA} = \omega \cdot l_{AB}. \quad (2.4)$$

Уравнение (2.2) решаем графически, строя план скоростей:

- задаемся масштабом μ_V ;
 - откладываем из произвольной точки на плоскости p_V , которая называется **полюс плана скорости**, вектор V_A длиной $p_V a = \frac{V_A}{\mu_V}$ (мм)
- (рис. 2.2, б);
- из точки a проводим вектор относительной скорости V_{BA} длиной

$$ab = \frac{V_{BA}}{\mu_V},$$

сохраняя его направление, указанное на схеме звена;

– соединив точку b с полюсом p_V , находим направление вектора скорости точки B (V_B);

– определяем значение скорости точки B по формуле

$$V_B = p_V b \cdot \mu_V, \quad (2.5)$$

где $p_V b$ – длина вектора скорости точки B , мм.

Заметим, что *точки на планах скоростей и ускорений обозначают строчными буквами латинского алфавита.*

Для определения скорости точки C звена составляем и решаем графически следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \bar{V}_{\tilde{N}} &= \bar{V}_A + \bar{V}_{\tilde{N}A}, \\ \bar{V}_{\tilde{N}} &= \bar{V}_{\tilde{A}} + \bar{V}_{\tilde{N}\tilde{A}}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

В этих уравнениях V_{CA} и V_{CB} – векторы вращательной (относительной) скорости точки C , перпендикулярные соответственно отрезкам AC и BC .

Уравнения (2.6) решаем графически, достраивая план скоростей:

– проводим через точку a на плане скорости прямую, перпендикулярную AC , а через точку b прямую, перпендикулярную BC . Точка пересечения этих перпендикуляров определяет положение точки c на плане скоростей;

– соединяя ее с полюсом p_V , получаем направление вектора скорости точки C звена;

– значение скорости точки C находим по формуле

$$V_C = p_V c \cdot \mu_V, \quad (2.7)$$

где $p_V c$ – длина вектора скорости точки C на плане скорости, мм.

Полученный треугольник abc называется *планом скоростей* звена ABC .

Заметим, что треугольник abc подобен треугольнику ABC по трем взаимно перпендикулярным сторонам. Этот вывод можно записать в виде **теоремы подобия**: отрезки прямых, соединяющих точки на плане звена, и отрезки прямых, соединяющих концы векторов скоростей этих точек на плане скоростей, образуют подобные и сходственно расположенные фигуры, фигура на плане скоростей повернута относительно фигуры на плане звена в направлении угловой скорости на угол 90° .

Признак сходственного расположения фигур – порядок букв при обходе контура звена и соответствующего ему контура плана скоростей сохраняется. Так, в рассмотренном случае обход $A \rightarrow C \rightarrow B$ выполнен по ходу часовой стрелки, и обход $a \rightarrow c \rightarrow b$ – тоже по ходу часовой стрелки.

Пользуясь теоремой подобия, определим скорость некоторой точки D , лежащей на стороне AC плана звена. Очевидно, что точка d на плане скоростей звена будет расположена также на стороне ac и будет делить ее в том же отношении длин, что и на плане звена, поэтому можно составить пропорцию:

$$\frac{AC}{AD} = \frac{ac}{ad}, \quad (2.8)$$

откуда

$$ad = \frac{AD}{AC} ac. \quad (2.9)$$

Откладываем отрезок ad на плане скорости на отрезке ac . Соединяя точку d с полюсом, находим направление вектора скорости точки D . Определяем значение скорости точки D по формуле

$$V_D = p_V d \cdot \mu_V, \quad (2.10)$$

где $p_V d$ – длина вектора скорости точки D на плане скорости, мм.

Построение плана ускорений

Согласно теореме о сложении ускорений, ускорение точки B равно геометрической сумме двух ускорений: переносного ускорения a_A некоторой точки A , принятой за полюс плоскопараллельного движения, и относительного ускорения a_{BA} точки B при вращении звена вокруг точки A , т. е.

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}. \quad (2.11)$$

При вращении точки В ускорение a_{BA} складывается из двух составляющих: нормального ускорения \bar{a}_{BA}^n , направленного к центру А от точки В, и касательного ускорения \bar{a}_{BA}^τ , направленного перпендикулярно \bar{a}_{BA}^n в сторону углового ускорения. На основании этого уравнение (2.11) принимает вид

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau. \quad (2.12)$$

Значения нормального и касательного ускорений находим по формулам:

$$a_{BA}^n = \omega^2 \cdot l_{AB}, \quad (2.13)$$

$$a_{BA}^\tau = \varepsilon \cdot l_{AB}. \quad (2.14)$$

Векторное уравнение (2.12) решаем графически, строя план ускорений:

- задаем масштабный коэффициент μ_a ;
- откладываем от полюса p_a (рис. 2.2, в) плана ускорений в этом масштабе вектор ускорения точки А длиной

$$p_a a = \frac{a_A}{\mu_a};$$

- от точки a один за другим откладываем векторы нормально и касательного ускорений точки В относительно А (an и nb), длины которых определяем с учетом масштабного коэффициента:

$$an = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a} \text{ и } nb = \frac{a_{BA}^\tau}{\mu_a};$$

- соединив точку b с полюсом p_a , получим направление ускорения точки В;
- определяем величину ускорения точки В (m/c^2):

$$a_B = p_a b \mu_a.$$

Ускорение точки C звена находим, используя теорему подобия, которая справедлива и при построении планов ускорений. Отрезки прямых линий, соединяющих точки a, b, c на плане ускорений, и отрезки прямых линий, соединяющих точки A, B, C на схеме звена, образуют подобные и сходственно расположенные фигуры.

В соответствии с этой теоремой на стороне ab строим треугольник abc подобный треугольнику ABC , используя для этого свойство подобия:

– определяем длины отрезков ac и bc :

$$\frac{AC}{AB} = \frac{ac}{ab} \Rightarrow ac = \frac{AC \cdot ab}{AB}, \quad (2.15)$$

$$\frac{BC}{AB} = \frac{bc}{ab} \Rightarrow bc = \frac{BC \cdot ab}{AB}; \quad (2.16)$$

– из точки a проводим дугу радиусом ac , а из точки b проводим дугу радиусом bc . На пересечении этих двух дуг будет находиться точка c ;

– соединяя точки a, b и c , получаем треугольник abc ;

– соединяя полюс плана ускорения p_a с точкой c , получаем вектор абсолютного ускорения точки C ;

– определяем величину ускорения точки C :

$$a_C = p_a c \cdot \mu_a. \quad (2.17)$$

Ускорения точки D , лежащей на звене AB , определяем аналогично определению ускорения точки C , составляя пропорцию:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{ab}{ad} \Rightarrow ad = \frac{AD \cdot ab}{AB}. \quad (2.18)$$

Отложив от точки a отрезок ad и соединив точку a с полюсом p_a , находим направление ускорения точки D . Значение ускорения (m/c^2) определяем по формуле

$$a_D = p_a d \cdot \mu_a. \quad (2.19)$$

Второй случай. Две точки B_1 и B_2 принадлежат двум звеньям 1 и 2, входящим во вращательную кинематическую пару.

Если известны скорость и ускорение точки B_1 звена 1, входящего во вращательную пару со звеном 2 (рис. 2.3), то очевидно, что $V_{B1}=V_{B2}$ и $a_{B1}=a_{B2}$, ибо в противном случае кинематическая пара перестанет существовать.

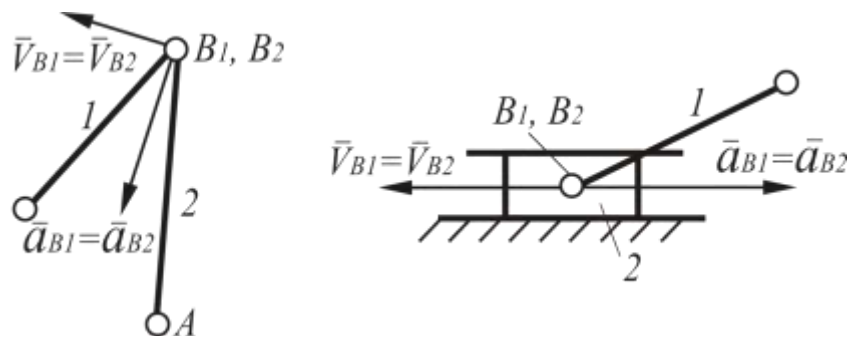


Рисунок 2.3 – Построение планов скорости и ускорения во втором случае

Третий случай. Две точки принадлежат двум звеньям, образующим поступательную кинематическую пару, и в данный момент времени совпадают.

Пусть точка A_1 принадлежит звену 1 (кулисный камень), а точка A_2 – звену 2 (кулиса), и в данный момент точки совпадают (рис. 2.4, а). Звенья 1 и 2 составляют поступательную кинематическую пару, причем звено 1 движется относительно звена 2 вдоль прямолинейной направляющей $N-N$.

Известны скорость и ускорение точки A_1 первого звена V_{A1} и a_{A1} , а также угловая скорость ω_2 звена 2.

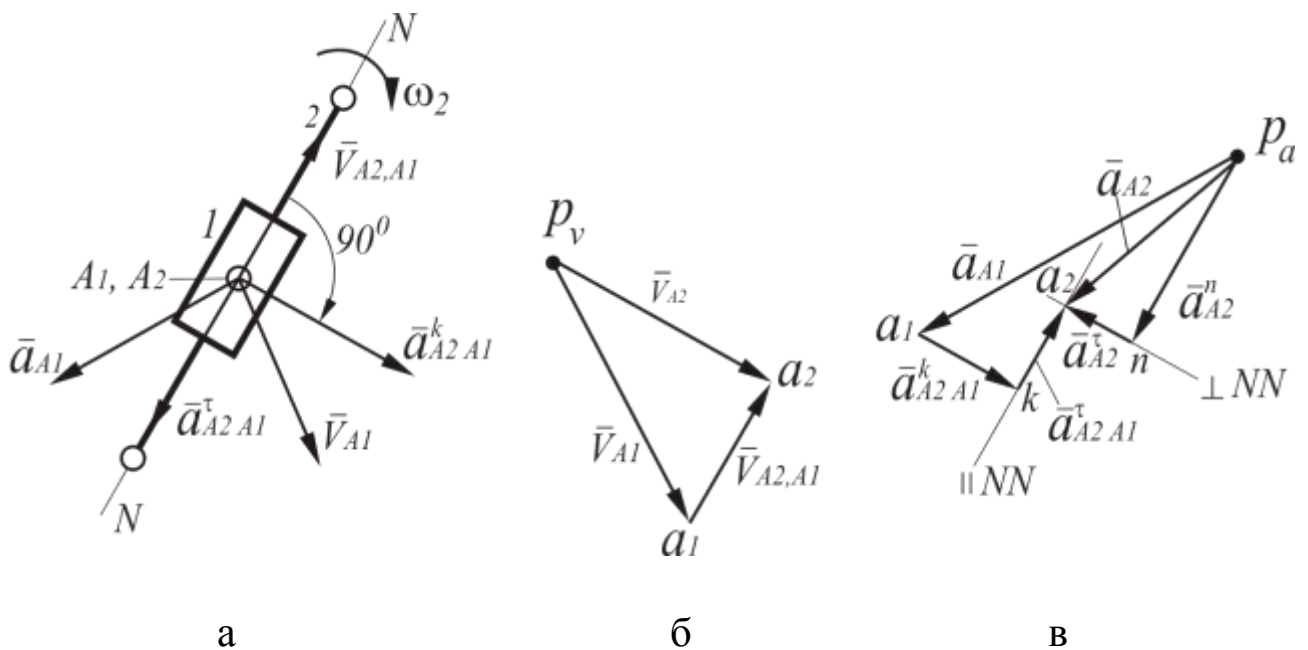


Рисунок 2.4 – Построение планов скорости и ускорения в третьем случае

Построение плана скоростей

В рассматриваемом случае скорость точки A_2 складывается из двух скоростей – *переносной и относительной*. Для скоростей двух точек A_1 и A_2 , совпадающих в данное мгновение друг с другом и принадлежащих разным звеньям (кулисному камню 1 и кулисе 2), можно написать следующее векторное уравнение:

$$\bar{V}_{A_2} = \bar{V}_{A_1} + \bar{V}_{A_2A_1}, \quad (2.20)$$

где V_{A_2} – абсолютная скорость точки A_2 звена 2, направленная перпендикулярно звену 2;

V_{A_1} – абсолютная скорость точки A_1 звена 1 и в то же время скорость точки A_2 в переносном движении (переносная скорость);

$V_{A_2A_1}$ – относительная скорость скольжения точки A_2 относительно A_1 , направленная вдоль кулисы 2.

Уравнение (2.20) решаем графически с помощью плана скоростей (рис. 2.4, б):

- выбираем масштабный коэффициент μ_V ;
- откладываем сначала вектор скорости точки A_1 длиной

$$p_V a_1 = \frac{V_{A_1}}{\mu_V};$$

– через точку a_1 проводим прямую, параллельную относительной скорости $V_{A_2A_1}$, т. е. параллельно звену 2;

– через полюс плана скорости p_V проводим прямую, параллельную абсолютной скорости точки A_2 , т. е. перпендикулярно звену 2;

– на пересечении этих двух прямых будет находиться точка a_2 .

Соединяя полюс p_V плана с точкой a_2 , получаем вектор скорости точки A_2 ;

- определяем значение скорости точки A_2 :

$$V_{A_2} = p_V a_2 \cdot \mu_V. \quad (2.21)$$

Построение плана ускорений

Согласно теореме о сложении ускорений при сложном движении точки ускорение точки A_2 складывается из переносного, относительного и кориолисова ускорений:

$$\bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{A_1} + \bar{a}_{A_2A_1}^\tau + \bar{a}_{A_2A_1}^k, \quad (2.22)$$

где a_{A_2} – абсолютное ускорение точки A_2 ;

a_{A_1} – абсолютное ускорение точки A_1 и одновременно ускорение точки A_2 в переносном движении;

$\bar{a}_{A_2A_1}^\tau$ – касательное ускорение точки A_2 относительно точки A_1 , направленное вдоль звена 2;

$\bar{a}_{A_2A_1}^k$ – кориолисово ускорение, направленное перпендикулярно звену 3.

Кориолисово ускорение появляется вследствие того, что переносное движение является вращательным.

Кориолисово ускорение определяют по формуле

$$\bar{a}_{A_2A_1}^k = 2\bar{\omega}_2 \cdot \bar{V}_{A_2A_1}, \quad (2.23)$$

где $V_{A_2A_1}$ – относительная скорость;

ω_2 – угловая скорость переносного движения.

Для определения направления кориолисова ускорения нужно вектор относительной скорости $V_{A_2A_1}$ повернуть на 90° по направлению угловой скорости ω_2 переносного движения (см. рис 2.4, а).

Векторное уравнение (2.22) решаем графически:

– задаем масштабный коэффициент μ_a ;

– откладываем от полюса p_a (рис. 2.4, в) плана ускорений вектор ускорения точки A_1 длиной

$$p_a a_1 = \frac{a_{A_1}}{\mu_a};$$

– от точки a_1 откладываем вектор кориолисова ускорения длиной

$$a_1 k = \frac{a_{A_2A_1}^k}{\mu_a},$$

сохраняя его направление;

– через точку k проводим прямую, параллельную направляющей движения кулисного камня (NN), на которой будет лежать вектор ускорения $\bar{a}_{A_2A_1}^\tau$.

Полное ускорение точки A_2 можно разложить на нормальную и касательную составляющие:

$$\bar{a}_{A_2} = \bar{a}_{A_2}^n + \bar{a}_{A_2}^\tau. \quad (2.24)$$

Значения нормального ускорения находим по формуле

$$a_{A_2}^n = \omega_2^2 \cdot l_2. \quad (2.25)$$

Векторное уравнение (2.24) решаем графически:

– откладываем от полюса p_a (см. рис. 2.4, в) плана ускорений вектор нормального ускорения точки A_2 длиной

$$p_a n = \frac{a_{A_2}^n}{\mu_a},$$

направляя его вдоль звена 2 к центру его вращения;

– через точку n проводим прямую, перпендикулярную нормальному ускорению, т.е. параллельно прямой $N-N$, на которой будет лежать вектор касательного ускорения $\bar{a}_{A_2}^\tau$;

– на пересечении двух вспомогательных прямых (рис. 2.4, в) будет находиться точка a_2 ;

– соединяя полюс плана ускорения p_a с точкой a_2 , получаем вектор абсолютного ускорения точки A_2 ;

– достраиваем неизвестные ранее вектора: соединяя точку k с точкой a_2 , получаем вектор $\bar{a}_{A_2A_1}^\tau$, а соединяя точку n с точкой a_2 , получаем вектор касательного ускорения $\bar{a}_{A_2}^\tau$;

– определяем величину ускорений (m/c^2):

$$a_{A_2} = p_a a_2 \cdot \mu_a,$$

$$a_{A_2A_1}^\tau = k a_2 \cdot \mu_a,$$

$$a_{A_2}^\tau = n a_2 \cdot \mu_a,$$

где $p_a a_2$, $k a_2$ и $n a_2$ – длины векторов на плане ускорения.

Свойства плана скоростей:

1. Все векторы являются векторами скоростей характерных точек механизма.

2. Все векторы скоростей, выходящие из полюса плана p_v , являются векторами линейных скоростей характерных точек механизма.

3. Все векторы скоростей, не проходящие через полюс плана p_v , являются векторами относительных скоростей характерных точек механизма.

4. Скорости точек, равные нулю, изображаются точечными векторами.

5. Все точки, абсолютные скорости которых равны нулю, на плане скорости расположены в полюсе плана p_v .

После построения плана скоростей и определения значений скоростей всех характерных точек механизма переходят к определению значений и направлений действия угловых скоростей звеньев механизма.

Угловая скорость – это отношение скорости относительного движения соответствующего звена механизма к действительной длине этого звена.

Направление действия угловой скорости звеньев, совершающих вращательные или сложные движения, указывает вектор относительной скорости характерных точек соответствующего звена, перенесенный с плана скоростей в одноименную точку, принадлежащую этому звену на схеме механизма. Полученное направление вращательного движения рассматриваемого звена является направлением действия угловой скорости этого звена. Угловая скорость звеньев механизмов, совершающих поступательные движения, равна нулю.

Свойства плана ускорений:

1. Все векторы, составляющие план, являются векторами ускорений характерных точек механизма.

2. Все векторы ускорений, выходящие из полюса плана (p_a), являются векторами абсолютных ускорений характерных точек механизма.

3. Все векторы ускорений, не проходящие через полюс плана (p_a), являются векторами относительных ускорений характерных точек механизма.

4. Ускорения точек, равные нулю, изображаются точечными векторами.

5. Все точки, абсолютные ускорения которых равны нулю, на плане ускорения расположены в полюсе плана p_a .

После построения плана ускорений и определения значений ускорений всех характерных точек механизма переходят к определению значений и направлений действия угловых ускорений звеньев механизма.

Направление действия углового ускорения звеньев, совершающих вращательные или плоскопараллельные движения, указывает вектор касательного ускорения характерных точек соответствующего звена, перенесенный с плана ускорений в одноименную точку, принадлежащую этому звену на кинематической схеме механизма. При этом мысленно разрывается связь рассматриваемого звена с другими звеньями, а к свободной характерной точке прикладывается шарнирно-неподвижная опора. В этом случае данная точка становится условно неподвижной, а одноименная точка совместно со звеном под действием вектора касательного ускорения получает возможность совершать вращательное движение вокруг условно неподвижной точки в направлении действия вектора касательного ускорения. Полученное направление вращательного движения рассматриваемого звена является направлением действия углового ускорения этого звена. Угловое ускорение звеньев механизмов, совершающих поступательные или равномерные движения, равно нулю.

2.3. Метод кинематических диаграмм

Кинематическая диаграмма – это графическое изображение функциональной зависимости между двумя какими-либо кинематическими параметрами $S(t)$, $v(t)$, $a(t)$ и т. д., где S , v и a – соответственно линейные перемещение, скорость и ускорение точки. Особенно удобен этот метод для исследования кинематики звеньев, совершающих возвратно-поступательное и вращательное движения.

Достоинства метода кинематических диаграмм:

- а) наглядное представление изменения кинематических характеристик за один цикл;
- б) малая трудоемкость при исследовании простых механизмов.

Недостатки:

- а) точность исследования зависит от масштаба построения и от квалификации исследователя;
- б) большая трудоемкость при исследовании сложных механизмов.

Исследование начинается с построения плана положений механизма и траекторий движения центров тяжести звеньев (см. п. 2.2.1). Затем по результатам построения плана положений механизма строится диаграмма пути.

2.3.1. Построение диаграммы пути выходного звена

Диаграмму пути S строят в осях S и t (рис. 2.5), для которых:

1. Определяют масштабные коэффициенты – масштабный коэффициент оси пути μ_S (м/мм) и оси времени μ_t (с/мм):

$$\mu_S = \frac{l_H}{y}, \quad (2.26)$$

$$\mu_t = \frac{60}{n \cdot L}, \quad (2.27)$$

где l_H – ход выходного звена при поступательном движении в метрах;

y – произвольная длина отрезка, соответствующего ходу выходного звена в миллиметрах;

n – частота вращения ведущего звена (кривошипа) (об/мин);

L – произвольная длина отрезка, соответствующая одному циклу работы ведущего звена (одному обороту вращения кривошипа) в миллиметрах.



Рисунок 2.5 – Диаграмма пути

2. На оси времени откладывается отрезок длиной L и делится на равные части, количество которых равно k .

При графическом исследовании кинематический анализ принято проводить по 12 положениям кривошипа, что обеспечивает точность, приемлемую для решения большинства инженерных задач. С уменьшением числа положений, например до восьми, точность расчетов снижается. Исследование же по 18 и более положениям становится слишком громоздким. Заметим, что при аналитическом исследовании с применением вычислительной техники расчеты можно проводить

для любого числа положений кривошипа и тем самым обеспечить максимальную точность решения. В курсовых проектах рекомендуется исследование проводить по 12 равноотстоящим положениям кривошипа.

3. На кинематической схеме плана положений (см. рис. 2.1) измеряются перемещения выходного звена относительно начального положения: $0-1, 0-2, \dots, 0-k$ в миллиметрах и откладываются на вертикальных прямых, проходящих через соответствующие положения кривошипа $1, 2 \dots k$, обозначенные на оси времени. Полученные точки соединяют плавной кривой и получают диаграмму пути, являющейся функцией времени $S = f(t)$.

Кривошип, совершая вращательные движения с постоянной угловой скоростью, перемещается за одинаковые промежутки времени на одинаковые угловые расстояния. Это позволяет совместить с осью времени ось угла поворота кривошипа φ , а полученную диаграмму считать функцией этого параметра $S=f(\varphi)$ (рис. 2.5).

Существует несколько методов исследования механизма с помощью кинематических диаграмм. Рассмотрим наиболее распространенные методы: *метод хорд* и *метод касательных*. С помощью этих методов проводят прямое графическое дифференцирование и прямое графическое интегрирование.

2.3.2. Построение диаграммы аналога скорости и аналога ускорения графическим дифференцированием по методу касательных

1. Масштабный коэффициент оси времени приравнивается к масштабному коэффициенту оси пути S . На продолжении оси времени откладывают отрезок h_1 . В результате получают точку p_1 , являющуюся *полюсом дифференцирования*. Заметим, что от величины h_1 зависит высота диаграммы аналога скорости: при увеличении h_1 увеличивается и высота диаграммы. Масштабный коэффициент оси аналога скорости S' , $м/(с \cdot мм)$, определяют по формуле

$$\mu_{S'} = \frac{\mu_S}{h_1 \cdot \mu_t}. \quad (2.28)$$

2. К каждому участку на диаграмме пути проводят касательные к графику (рис. 2.6).

Участки, на которых кривая имеет экстремум, необходимо поделить на две части (два участка), на которых кривая экстремума не имеет.

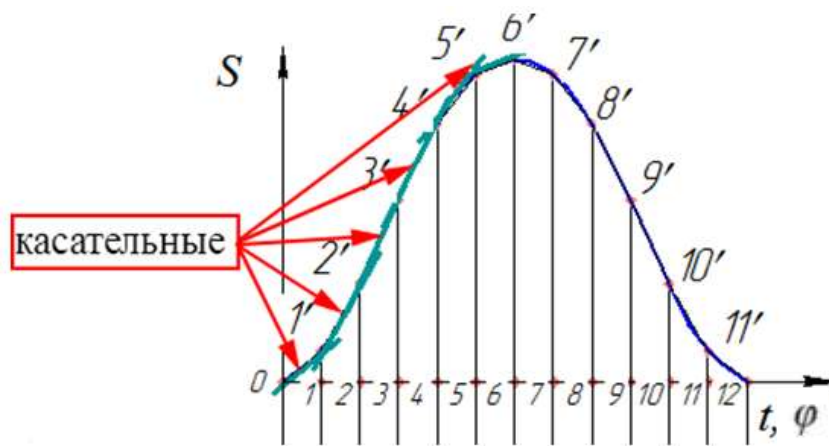


Рисунок 2.6 – Построение касательных к диаграмме пути

3. Через полюс дифференцирования ρ_1 проводят лучи параллельно каждой касательной до пересечения с осью аналога скорости S' (рис. 2.7). Точки пересечения касательных с осью аналога скорости отсекают отрезки, пропорциональные значениям скорости выходного звена относительно каждого положения кривошипа.

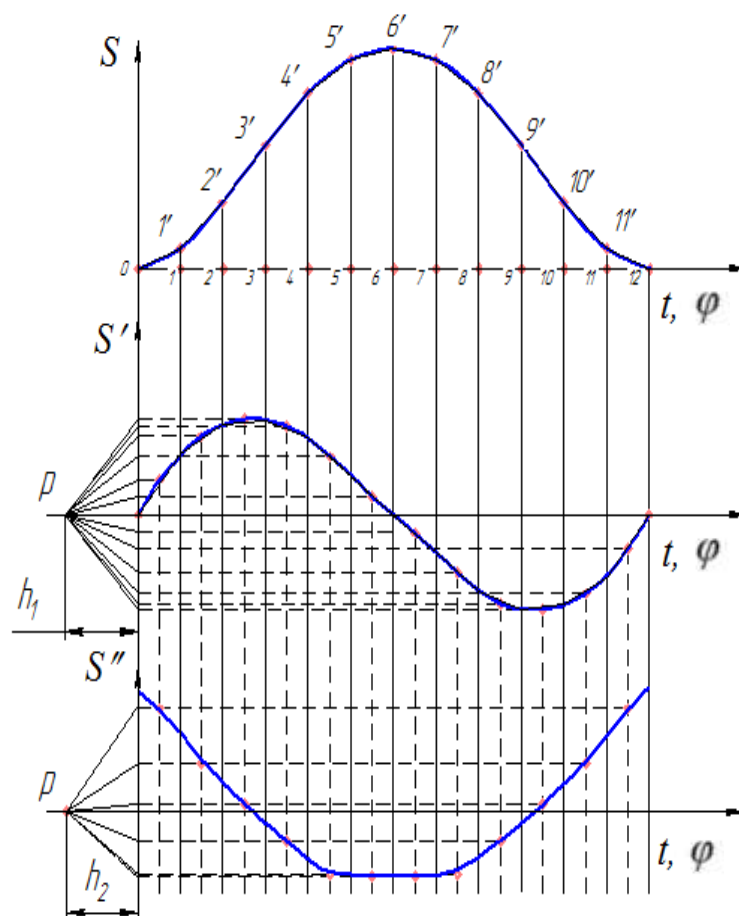


Рисунок 2.7 – Диаграммы движения выходного звена

4. Проецируя точки пересечения на соответствующие положения выходного звена и соединяя их плавной кривой, получают диаграмму аналога скорости $S' = f(t)$, являющуюся функцией времени. Так как диаграмма пути – это не только функция времени, но и функция угла поворота кривошипа φ , то полученная диаграмма аналога скорости также является функцией времени и функцией угла поворота кривошипа φ .

Принимая в качестве исходной кривую $S' = f(t)$ и проведя работу аналогично указанной в п. 2–4, получаем диаграмму аналога ускорения выходного звена. Масштабный коэффициент оси времени приравнивается к масштабным коэффициентам аналогичных осей предшествующих диаграмм. На продолжении оси времени откладывается отрезок h_2 . В результате получают точку p_2 , являющуюся полюсом дифференцирования. Масштабный коэффициент оси аналога ускорения ($м/с^2 \cdot мм$) рассчитывается по формуле

$$\mu_{S''} = \frac{\mu_{S'}}{h_2 \cdot \mu_t}. \quad (2.29)$$

2.3.3. Алгоритм построения диаграммы аналога скорости и ускорения графическим дифференцированием по методу хорд

1. Криволинейные участки диаграммы пути $S = f(t)$ заменяют прямыми $0-1'$, $1'-2'$, $2'-3'$, ..., $11'-12$.

2. Под диаграммой пути $S = f(t)$ проводят оси S' (аналог скорости) и t (время). На продолжении оси времени откладывают отрезок h_1 . В результате получают точку p_1 , являющуюся полюсом дифференцирования.

3. Из полюса дифференцирования p_1 проводят наклонные прямые параллельно хордам $0-1'$, $1'-2'$, $2'-3'$, ..., $11'-12$ диаграммы пути до оси S' и далее параллельно оси t до пересечения с перпендикулярами, восстановленными из середины интервалов $0-1$, $1-2$, $2-3$, ..., $11-12$ оси t диаграммы $S' = f(t)$.

4. Точки пересечения соединяют плавной кривой.

Все построения диаграммы аналога ускорений $S'' = f(t)$ аналогичны ранее описанным при графическом дифференцировании диаграммам перемещений.

Сравнивая интегральные и дифференциальные кривые, не трудно заметить следующие зависимости между ними (см. рис. 2.7):

– экстремальным значениям ординат интегральной кривой соответствуют нулевые значения ординат дифференциальной кривой;

- точкам перегиба интегральной кривой соответствуют экстремальные значения ординат дифференциальной кривой;
- возрастающим ординатам интегральной кривой соответствуют положительные значения дифференциальной кривой, а убывающим ординатам – отрицательные значения этой кривой;
- ординаты дифференциальной кривой, соответствующие началу и концу периода установившегося движения, равны между собой;
- касательные, проведенные к дифференциальной кривой в точках, соответствующих началу и концу периода установившегося движения, параллельны между собой.

Перечисленные зависимости следует использовать для проверки проделанной работы.

Вопросы для самопроверки

1. С какой целью проводят кинематический анализ механизма?
2. Какие методы кинематического анализа вам известны?
3. Перечислите последовательность кинематического анализа механизма.
4. Что такое кинематическая схема?
5. Как определить масштабный коэффициент?
6. Этапы построения плана положений механизма.
7. Что такое план скорости (ускорения) и как определить масштаб плана скорости (ускорения)?
8. Какие векторные уравнения связи между кинематическими параметрами используют?
9. Сформулируйте теорему подобия. Как применяют эту теорему при кинематическом анализе?
10. Как определяют значения и направления угловых скоростей и угловых ускорений звеньев механизма?
12. Что такое годограф скорости и как его построить?
13. Перечислите свойства планов скорости и ускорения.
14. Как исследуют движение какой-либо точки или звена методом кинематических диаграмм?
15. Как строят кинематические диаграммы?
16. Какая существует зависимость между дифференциальной и интегральной кривыми?
17. Как определяют масштабные коэффициенты кинематических диаграмм?
18. Как влияет полюсное расстояние на вид кинематических диаграмм движения?

ГЛАВА 3. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

3.1. Классификация силовых факторов, действующих в машине

Одним из основных этапов при проектировании машин является силовой расчет механизмов. Чтобы провести прочностной расчет звеньев, определить мощность двигателя машины, подобрать подшипники и т. д., нужно знать значения сил, действующих на звенья в процессе их движения.

Все силовые факторы, действующие на звенья технических систем, делятся на три группы: внешние, внутренние и теоретические.

Внешние силовые факторы – это силы и моменты пар сил, действующие на техническую систему (механизм) со стороны внешних систем (механизмов) и совершающие работу над этой системой (механизмом).

К **внешним силовым факторам** относятся:

– **движущие силовые факторы** – это внешние силы и моменты пар сил, совершающие положительную работу, т. е. энергия технической системы под их действием увеличивается;

– **силовые факторы сопротивления** – это внешние силы и моменты пар сил, совершающие отрицательную работу, т. е. энергия технической системы под их действием уменьшается.

В свою очередь, силовые факторы сопротивления делятся:

– на **силовые факторы полезного сопротивления** – это силы и моменты пар сил сопротивления, действующие на звенья технической системы при выполнении этой системой своего служебного назначения. Эти силы всегда направлены против движения рабочего звена;

– **силовые факторы полезного сопротивления (силы трения)** – это силы и моменты пар сил сопротивления, возникающие в местах связей и определяемые условиями физико-механического взаимодействия рабочих поверхностей звеньев, образующих кинематические пары. На преодоление этих сил затрачивается дополнительная работа сверх той, которая необходима для выполнения основного технологического процесса.

Каждое звено механизма, обладая собственной массой, находится под действием *силы тяжести* G . Силы тяжести относятся к внешним движущим силовым факторам.

Сила тяжести (вес) i -го звена, H , рассчитывается по формуле

$$G = mg, \quad (3.1)$$

где m – масса звена, кг;

g – ускорение свободного падения, m/c^2 .

Помимо сил тяжести к внешним движущим силам относятся силы давления, действующие на выходные звенья технических систем, значение которых задается индикаторной диаграммой давления, являющейся функцией от времени или угла поворота ведущего звена. Вид сил сопротивления определяется условием задачи.

Внутренние силовые факторы – это силы и моменты пар сил, действующие между звеньями технической системы. В технических системах к внутренним силовым факторам относятся реакции связей кинематических пар.

Теоретические, или расчетные, силовые факторы – это силы и моменты пар сил, которые не существуют в реальности, а используются в различных видах анализа технических систем с целью их упрощения.

Силы, действующие на звенья, делят на **постоянные** и **переменные**.

Переменные силы могут быть:

– функциями перемещений точек приложения сил (например, силы давления газов на поршень двигателя, силы упругости пружины и др.);

– функциями времени;

– функциями температуры и т. д.

Силовой анализ включает в себя:

– расчет внешних сил, действующих на звенья механизма;

– определение динамических давлений в кинематических парах;

– вычисление уравновешивающей силы (или уравновешивающего момента), приложенной к ведущему звену и представляющей собой реакцию двигателя, приводящего машину в движение. Работа уравновешивающей силы равна работе двигателя, затрачиваемой на преодоление всех сопротивлений.

Согласно принципу Даламбера, если к механизму кроме внешних сил приложить силы инерции его звеньев, то условно можно считать, что механизм находится в покое. В таком случае для решения задач силового анализа можно использовать уравнение статики. Так

как в уравнение статики входят силы инерции звеньев, возникающие при движении, то расчет называется **кинетостатическим**.

Для упрощения расчетов принимаются следующие *упрощения*:

- вращение ведущего звена принимается равномерным;
- силы трения в кинематических парах настолько малы, что их не учитывают;
- векторы всех сил, действующих на механизм, расположены в одной плоскости;
- силы тяжести звеньев, моменты инерции, положения центров масс звеньев заданы.

3.2. Определение сил инерции звеньев

Сила инерции – это реакция массы тела на сообщаемое ему ускорение. Силы инерции распределены по всему звену, а не сосредоточены в одной или нескольких точках. Однако для удобства оперирования с ними силы инерции каждого звена механизма приводят к одной силе, т. е. находят их равнодействующую.

Определение силы инерции при поступательном движении звена

Все точки поступательно движущегося тела описывают одинаковые траектории и в каждый момент времени имеют равные по значению и направлению как скорости, так и ускорения (рис. 3.1).

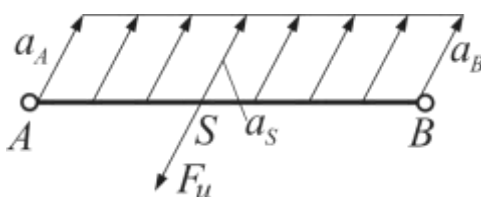


Рисунок 3.1 – Сила инерции при поступательном движении звена

Результирующая сила инерции F_u приложена в центре тяжести (масс) и определяется по формуле

$$\bar{F}_u = -m\bar{a}_S, \quad (3.2)$$

где m – масса звена, кг;

a_S – ускорение центра тяжести, $м/с^2$.

Знак минус в формуле говорит о том, что сила инерции направлена в противоположную сторону действия вектора ускорения центра тяжести звена a_S .

3.2.1. Определение силы инерции при вращательном движении звена

В случае неравномерного вращения звена вокруг неподвижной оси O (рис. 3.2), несовпадающей с центром тяжести S , с угловой скоростью ω и угловым ускорением ε силы инерции приводят к равнодействующей $\bar{F}_u = -m\bar{a}_S$, приложенной в так называемом **центре качения** K .

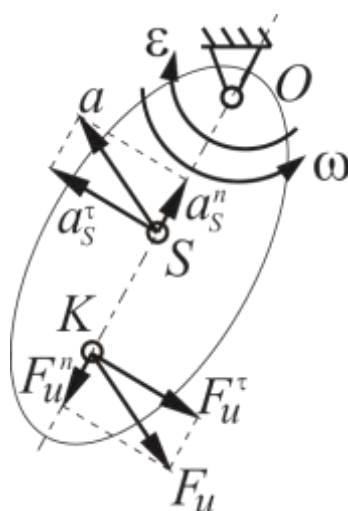


Рисунок 3.2 – Определение главного вектора сил инерции звена при вращательном движении вокруг неподвижной оси

Центр качения лежит всегда за центром тяжести S на продолжении линии OS , соединяющей центр вращения O с центром тяжести S . Положение его определяется по формуле

$$l_{OK} = \frac{I_O}{ml_{OS}}, \quad (3.3)$$

где I_O – момент инерции звена относительно оси вращения;
 m – масса звена;
 l_{OS} – расстояние от оси вращения до центра тяжести.

Момент инерции звеньев часто задают относительно оси, проходящей через центр тяжести S . По теореме Гюйгенса $I_O = I_S + ml_{OS}^2$, тогда

$$l_{OK} = l_{OS} + \frac{I_S}{ml_{OS}}, \quad (3.4)$$

где I_S – момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр тяжести перпендикулярно плоскости вращения.

Полная сила инерции звена:

$$\bar{F}_u = \bar{F}_u^n + \bar{F}_u^\tau = -ma_S, \quad (3.5)$$

где $\bar{F}_u^n = m\bar{a}_S^n$ – нормальная составляющая силы инерции;

$\bar{F}_u^\tau = m\bar{a}_S^\tau$ – касательная составляющая силы инерции.

Таким образом, *равнодействующая силы инерции вращающегося звена по модулю равна произведению массы звена на ускорение центра тяжести, приложена в центре качения и направлена противоположно ускорению центра тяжести.*

При решении практических задач удобнее, воспользовавшись теоремой о параллельном переносе силы, перенести силу F_u из точки K в точку S (рис. 3.3), при этом необходимо добавить момент инерции M_u :

$$\bar{M}_u = -J_S \bar{\varepsilon}, \quad (3.6)$$

где ε – угловое ускорение звена.

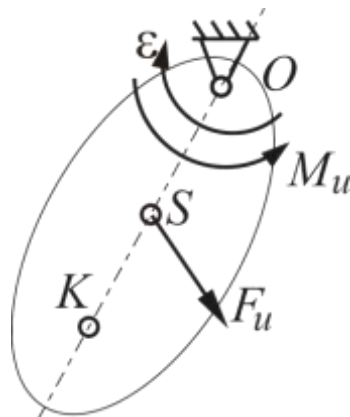


Рисунок 3.3 – Применение теоремы о параллельном переносе силы

Знак минус указывает на то, что момент сил инерции направлен в противоположную сторону угловому ускорению звена.

Частные случаи определения сил инерции при вращательном движении звена

Первый случай. Звено вращается равномерно, т. е. $\omega = const$, $\varepsilon = 0$, точка вращения O не совпадает с центром тяжести звена S (рис. 3.4). Тогда силы инерции сводятся к одной равнодействующей:

$$\bar{F}_u = \bar{F}_u^n = -ma_S^n, \quad (3.7)$$

направленной вдоль OS противоположно ускорению точки S .

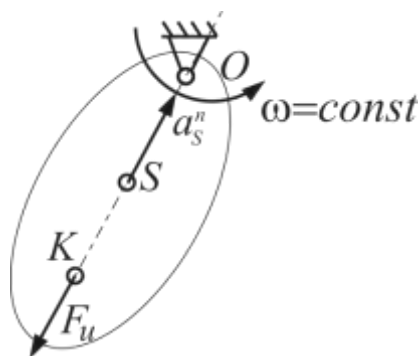


Рисунок 3.4 – Равномерное вращение звена относительно точки O

Второй случай. Звено вращается неравномерно, т. е. $\omega \neq const$, $\varepsilon \neq 0$, точка вращения O совпадает с центром тяжести S (рис. 3.5). В данном случае силы инерции создают момент $\bar{M}_u = -J_S \bar{\varepsilon}$, направленный противоположно угловому ускорению звена.



Рисунок 3.5 – Неравномерное вращение звена относительно центра тяжести

Третий случай. Точки O и S совпадают, $\omega = const$, $\varepsilon = 0$. В этом случае и равнодействующая, и момент сил инерции равны нулю.

3.2.2. Определение силы инерции при плоскопараллельном движении звена

Рассмотрим плоскопараллельное движение звена BC , которое можно представить как сложное, состоящее из двух простых движений: поступательное с полюсом в точке B и вращательное вокруг этого полюса (рис. 3.6). Тогда равнодействующая сил инерции будет равна:

$$\bar{F}_u = \bar{F}_u^n + \bar{F}_u^{gp}, \quad (3.8)$$

где $\bar{F}_u^n = -ma_S^n = -ma_S$ – сила инерции в переносном поступательном движении, приложенная в центре тяжести S звена;

$\bar{F}_u^{gp} = -m\bar{a}_{SB}$ – сила инерции в относительном поступательном движении, приложенная в центре качения K звена.

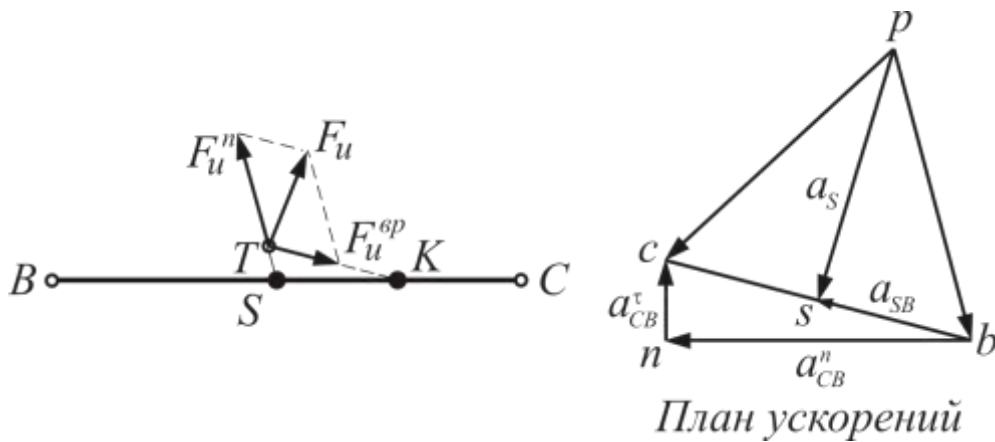


Рисунок 3.6 – Определение направления силы инерции в случае плоскопараллельного движения

Положение центра качения определяем по формуле

$$l_{SK} = \frac{I_S}{ml_{BS}}. \quad (3.9)$$

Отсюда получаем:

$$\bar{F}_u = \bar{F}_u^n + \bar{F}_u^{gp} = -m(\bar{a}_B + \bar{a}_{SB}) = -m\bar{a}_S. \quad (3.10)$$

Таким образом, и при плоскопараллельном движении звена равнодействующая сил инерции по модулю равна произведению массы звена на ускорение центра тяжести и направлена противоположно этому ускорению.

Определение точки приложения силы инерции при плоскопараллельном движении звена

Для нахождения точки приложения силы F_u проводим через центр тяжести S звена прямую, параллельную отрезку pb плана ускорений, до пересечения ее в точке T с прямой, параллельной отрезку bs плана ускорений и проведенной через центр качения K . Полученную точку T называют **обобщенным центром качения звена** (рис. 3.6).

Эту же задачу можно решить другим способом, не приводя силы инерции к результирующей, приложенной в точке T .

Принимая за полюс вращения центр тяжести S , движение звена можно разложить на поступательное с ускорением a_s и вращательное с угловым ускорением ε звена вокруг точки S (рис. 3.7). Тогда сила инерции $\bar{F}_u = \bar{F}_u^n = -m\bar{a}_S$ будет приложена в центре тяжести S , а сила $\bar{F}_u^{gp} = 0$. На звено действует также момент сил инерции $\bar{M}_u = -J_S \bar{\varepsilon}$, направленный противоположно угловому ускорению ε звена. Таким образом, инерционная нагрузка приводится к силе F_u , приложенной в центре тяжести S , и к паре сил, создающих момент M_u .

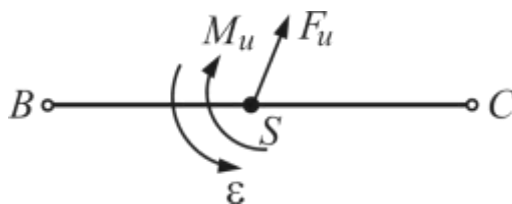


Рисунок 3.7 – Приведение инерционной нагрузки к силе и моменту сил инерции при плоскопараллельном движении

Иногда удобно заменить момент сил инерции парой сил, приложенных в крайних точках B и C перпендикулярно звену (рис. 3.8). В этом случае силы инерции сводятся к силе $\bar{F}_u = -m\bar{a}_S$, приложенной в центре тяжести S , и к паре сил (F, F') , приложенных в точках B и C , и

равные $F = F' = M / l_{BS}$.

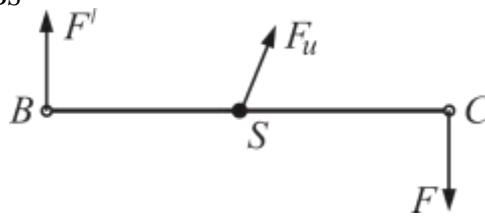


Рисунок 3.8 – Приведение инерционной нагрузки к силе инерции и паре сил при плоскопараллельном движении

3.3. Алгоритм кинетостатического анализа плоских рычажных механизмов

Зная активные силы, действующие на звенья механизма, и силы инерции этих звеньев, можно произвести его **кинетостатический расчет**, т. е. *определить реакции в кинематических парах и уравновешивающую силу (момент) на входном звене*. Эта сила (момент) является **движущей** при совпадении ее направления с направлением движения входного звена или силой (моментом) **сопротивления**, если ее направление противоположно этому движению.

Уравновешивающей силой (моментом) называется сила (момент), которую необходимо приложить к входному звену для обеспечения его равномерного движения.

Для входного звена, совершающего поступательное движение (например, поршень двигателя внутреннего сгорания), определяется уравновешивающая сила. Для входного звена, совершающего вращательное движение (например, кривошип), определяется уравновешивающий момент.

При кинетостатическом расчете используется **принцип Даламбера**, позволяющий решение задачи динамики свести к статическому расчету. Согласно этому принципу *приложение к механической системе сил инерции приводит ее в равновесие*. Поэтому неизвестные силы определяются из уравнений статики.

Силовой расчет механизма начинают с разложения его на структурные группы. Сначала выполняют силовой расчет наиболее удаленной от начального звена структурной группы, затем последовательно рассчитывают все остальные. В последнюю очередь рассчитывают начальное звено. Такой порядок вызван тем, что на каждую последующую группу влияет нагруженность предыдущих групп. При расчете указанным способом можно определить силу, которую оказывают на начальное звено силы, действующие на все звенья меха-

низма. Эту силу называют *приведенной силой*.

Расчет каждой группы Ассура ведется в следующей последовательности:

1) составляется расчетная схема. Изображается структурная группа в заданном положении и затем показываются все внешние для этой группы силы. Изображение внешних сил желательно (но необязательно) проводить в следующей последовательности:

- заданные силы (эти силы могут быть как движущими, так и силами сопротивления). К заданным силам следует относить реакции в кинематических парах с уже рассчитанными структурными группами;
- силы тяжести звеньев;
- реакции связей (реакции в шарнирах удобно представлять в виде составляющих, направленных поперечно и продольно по отношению к оси шарнира);
- силы инерции звеньев (главные векторы и главные моменты);

2) определяются поперечные к оси рычага составляющие реакции крайних кинематических пар. Для этого составляются уравнения равновесия в моментах относительно другой кинематической пары поводка;

3) определяются остальные составляющие реакций. Для этого в аналитических методах составляются и решаются необходимые уравнения равновесия для всей структурной группы как единой механической системы, а в графических – те же уравнения решаются графически;

4) после того как определены реакции в крайних кинематических парах группы Асура, ее разбивают на отдельные звенья и проводят их кинетостатический расчет, начиная с поводков.

3.4. Силовой расчет структурных групп второго класса

Как отмечалось ранее, силовой расчет механизмов проводят, начиная с наиболее удаленной структурной группы. При расчетах используют уравнения равновесия для произвольной плоской системы сил.

Двухповодковые группы второго класса имеют три низшие кинематические пары пятого класса. Определению подлежат шесть неизвестных: направление и значение реакции в каждой вращательной кинематической паре; значение и точка приложения реакции в любой

поступательной паре. Требующиеся для решения шесть уравнений равновесия можно составить (по три для каждого звена), однако проще составить два уравнения алгебраических сумм моментов и два векторных уравнения сил, позволяющих найти все неизвестные. Векторные уравнения решают графически, строя в некотором масштабе μ_P (Н/мм) замкнутые векторные многоугольники – *планы сил*. Каждой активной силе или моменту сил приписывают соответствующий номеру звена цифровой индекс, например, G_2 – сила тяжести второго звена, P_{u3} – равнодействующая сил инерции третьего звена, M_{u4} – момент сил инерции четвертого звена и т. д.

Каждой реакции приписывают двойной цифровой индекс, в котором первая цифра означает, со стороны какого звена действует реакция, а вторая цифра – к какому звену реакция приложена. Например, R_{21} реакция второго звена на первое, R_{12} – реакция первого звена на второе и т. п. Очевидно, что $R_{21} = -R_{12}$, т. е. реакции, равны по значению, но противоположны по направлению. Каждую из реакций принято раскладывать на две составляющие: вдоль оси звена (*касательная*) и перпендикулярно ей (*нормальная*).

Рассмотрим способы силового анализа структурных групп методом плана сил.

3.5. Двухповодковая группа второго класса первого вида (ВВВ)

Дано: план структурной группы второго класса первого вида (рис. 3.9, а), вычерченный в масштабе μ_l . Структурная группа состоит из двух звеньев (2 и 3) и двух поводков (звенья 1 и 4). На звенья структурной группы действуют силы тяжести G_2, G_3 , равнодействующие силы инерции F_{u2} и F_{u3} и моменты сил инерции M_{u2} и M_{u3} . Требуется найти значения и направления реакций R_{12} в шарнире A , R_{43} – в шарнире C , $R_{32} = -R_{23}$ во внутреннем шарнире B .

Решение:

1. Во внешних шарнирах A и C неизвестные реакции R_{12} и R_{43} раскладываем на составляющие $R_{12}^n, R_{12}^t, R_{43}^n$ и R_{43}^t , направленные соответственно вдоль линий, соединяющих центры шарниров (нормальные составляющие) и перпендикулярно им (касательные составляющие). Направления векторов выбираем произвольно, ибо они пока неизвестны (рис. 3.9, а).

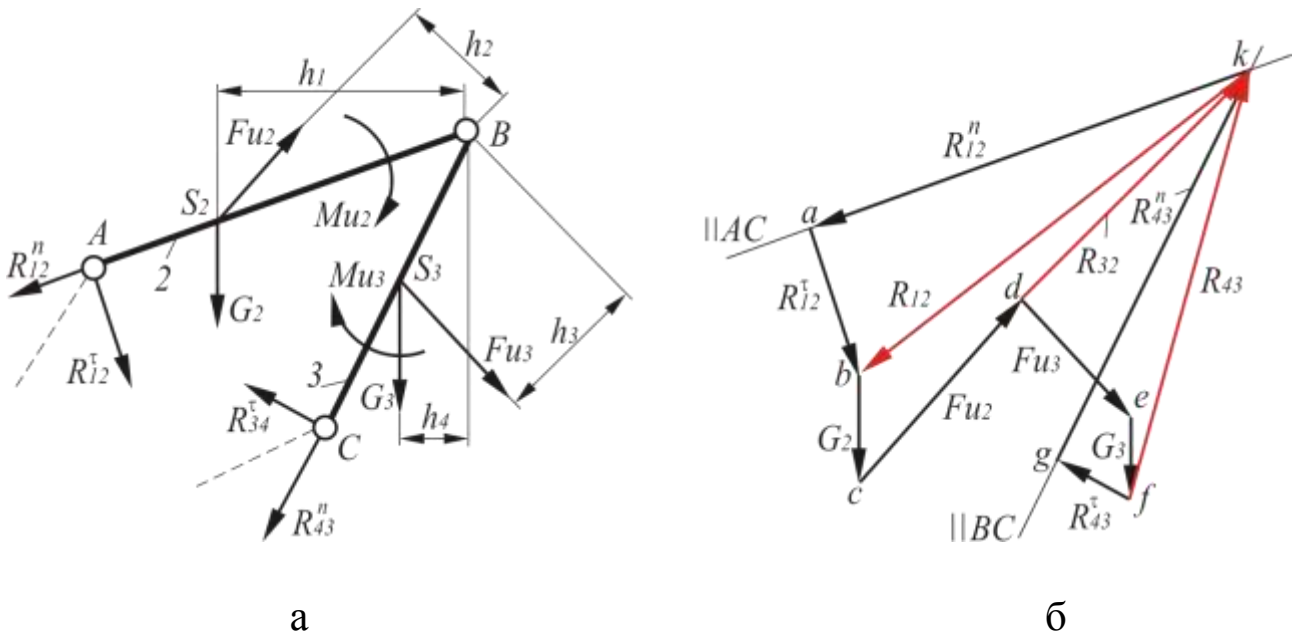


Рисунок 3.9 – Силовой расчет структурной группы второго класса первого вида

2. Составляем уравнения равновесия каждого из звеньев в алгебраической форме (уравнения моментов относительно внутреннего шарнира В).

Для звена 2 имеем:

$$\sum M_B(F_i) = 0, \quad R_{12}^\tau \cdot AB + G_2 h_1 - F_{u2} h_2 - \frac{M_{u2}}{\mu_1} = 0, \quad (3.11)$$

где AB , h_1 и h_2 – плечи сил относительно точки В.

Из этого уравнения определяем реакцию R_{12}^τ .

Для звена 3 имеем:

$$\sum M_B(F_i) = 0, \quad -R_{43}^\tau \cdot BC + G_3 h_4 + F_{u3} h_3 - \frac{M_{u3}}{\mu_1} = 0, \quad (3.12)$$

где BC , h_3 и h_4 – плечи сил относительно точки В.

Из этого уравнения находим реакцию R_{43}^τ . Плечи сил, входящих в уравнения (3.11) и (3.12), измеряем на плане структурной группы в миллиметрах. Если при решении уравнений реакции получаются отрицательными, то принятое направление реакции следует изменить на противоположное.

3. Нормальные составляющие реакций определяются графически. Для этого составляем уравнение равновесия для всей структурной группы в векторной форме (уравнение силового многоугольника):

$$\sum F_k = 0; \quad \underbrace{\bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^\tau + \bar{G}_2 + \bar{F}_{u2}}_{\text{звено 2}} + \underbrace{\bar{F}_{u3} + \bar{G}_3 + \bar{R}_{43}^\tau + \bar{R}_{43}^n}_{\text{звено 3}} = 0. \quad (3.13)$$

В это уравнение не входят неизвестные R_{32} и R_{23} , так как эти силы взаимно уравновешены.

Для удобства решения уравнения (3.13) сначала геометрически суммируем силы, действующие на одно звено (любое), а затем – силы, действующие на другое звено. Первым и последним членами уравнения векторного многоугольника должны быть неизвестные, подлежащие определению. Нормальные и касательные составляющие одной реакции, например, R_{12}^n и R_{12}^τ , должны следовать одна за другой с тем, чтобы без дополнительных построений найти полные реакции R_{12} и R_{43} как геометрические суммы своих составляющих:

$$\bar{R}_{12}^\tau + \bar{R}_{12}^n = \bar{R}_{12}, \quad \bar{R}_{43}^\tau + \bar{R}_{43}^n = \bar{R}_{43}.$$

4. Строим силовой многоугольник, задавшись масштабом μ_p (Н/мм), таким образом, что вершина предыдущего вектора является началом последующего вектора. Начало и конец того или иного вектора следует именовать строчными буквами латинского алфавита. При построении плана сил следует как можно точнее сохранять направления действия сил, приложенных к звеньям. Построение плана сил следует начинать с касательной составляющей реакции R_{12}^τ , а последней изображать касательную составляющую R_{43}^τ .

Для определения направления нормальных составляющих реакций проводим через начало вектора R_{12}^τ прямую, перпендикулярную этому вектору, а через конец вектора R_{43}^τ – перпендикулярную прямую к вектору R_{43}^τ . В итоге получаем замкнутый силовой многоугольник. Достраивая векторы, определяем величины неизвестных

нормальных составляющих реакций:

$$\bar{R}_{12}^n = ak \cdot \mu_p, \quad (3.14)$$

$$\bar{R}_{43}^n = kd \cdot \mu_p, \quad (3.15)$$

где ak и kd длины векторов реакций на плане сил.

На этом же силовом многоугольнике определяем направления абсолютных реакций R_{12} и R_{43} .

5. Для определения реакции во внутренней кинематической паре B составляем векторное уравнение сил, приложенных к любому звену структурной группы, например, ко второму:

$$\sum F_k = 0; \quad \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^r + \bar{G}_2 + \bar{F}_{u2} + \bar{R}_{32} = 0. \quad (3.16)$$

Заметим, что план сил согласно уравнению (3.16) дополнительно строить не надо. Достаточно соединить начало вектора R_{12}^n (точку k) с концом вектора F_{u2} (точкой d). Если составить уравнение сил звена 3, то получим тот же вектор kd , но противоположного направления, ибо $R_{32} = -R_{23}$.

6. Находим значения реакций в кинематических парах:

$$R_{12} = kb \cdot \mu_p; \quad R_{43} = fk \cdot \mu_p; \quad R_{32} = dk \cdot \mu_p. \quad (3.17)$$

3.6. Двухповодковая группа второго класса второго вида (ВВП)

Дано: план структурной группы второго класса второго вида (рис. 3.10, а), вычерченный в масштабе μ_l . Структурная группа состоит из двух звеньев: шатуна 2 и ползуна 3, а также двух поводков (звенья 1 и 4). На звенья структурной группы действуют силы тяжести G_2 , G_3 , равнодействующие силы инерции F_{u2} и F_{u3} и момент сил инерции M_{u2} . Требуется найти значения и направления реакций R_{12} и R_{23} во вращательных кинематических парах A и B , реакцию R_{43} в поступательной кинематической паре и положение точки k ее приложения.

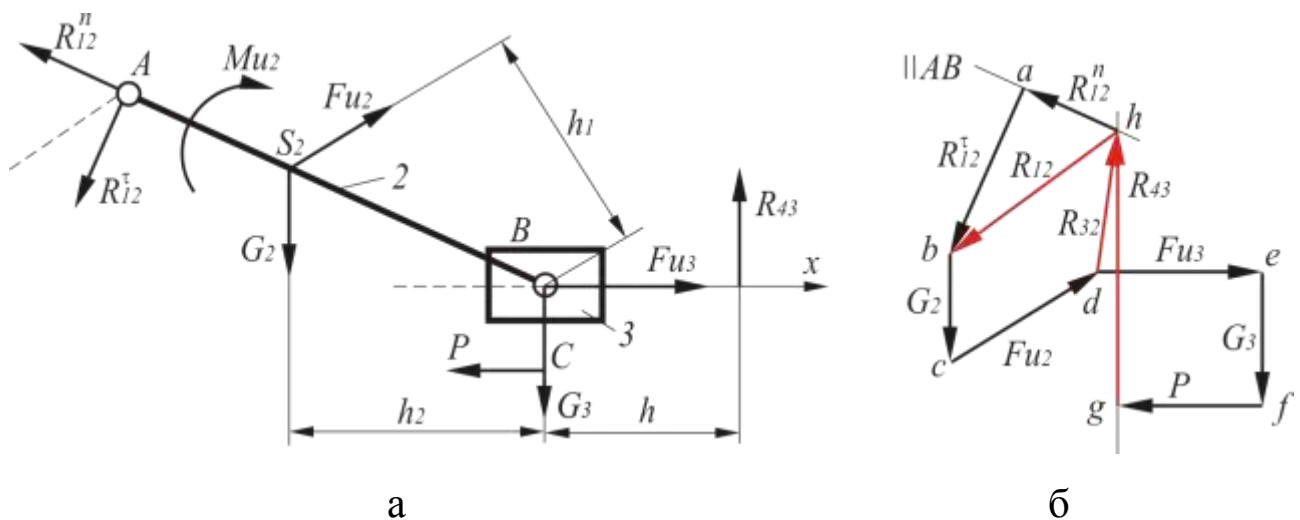


Рисунок 3.10 – Силовой расчет структурной группы второго класса второго вида

Решение:

1. Раскладываем неизвестную реакцию R_{12} во внешнем шарнире A на нормальную R_{12}^n и касательную R_{12}^τ составляющие. Первоначально их направления выбираем произвольно. В поступательной паре реакцию прикладываем перпендикулярно оси x . Плечо h и направление реакции R_{43} принимаем произвольно, так как они пока неизвестны.

2. Составляем уравнение равновесия для моментов относительно точки B всех сил, приложенных к звену 2:

$$\sum M_B(F_i) = 0, \quad R_{12}^\tau \cdot AB + G_2 h_2 - F_{u2} h_1 - \frac{M_{u2}}{\mu_1} = 0, \quad (3.18)$$

откуда находим реакцию R_{12}^τ .

Входящие в уравнение (3.18) плечи сил измеряем в миллиметрах непосредственно на плане структурной группы. Если R_{12}^τ получается отрицательной, то это свидетельствует об обратном ее направлении.

3. Неизвестные реакции R_{12}^n и R_{43} определяем графически. Для этого составляем векторное уравнение равновесия силового многоугольника для всей структурной группы:

$$\sum F_k = 0; \quad \underbrace{\bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^\tau + \bar{G}_2 + \bar{F}_{u2}}_{\text{звено 2}} + \underbrace{\bar{F}_{u3} + \bar{G}_3 + \bar{P} + \bar{R}_{43}}_{\text{звено 3}} = 0. \quad (3.19)$$

Для удобства решения уравнения (3.19) сначала геометрически суммируем силы, действующие на звено 2, а затем – силы, действующие на звено 3. Первым и последним членами уравнения векторного многоугольника должны быть неизвестные реакции, подлежащие определению. Нормальные и касательные составляющие реакции R_{12}^n и R_{12}^{τ} должны следовать одна за другой с тем, чтобы без дополнительных построений найти полную реакцию R_{12} .

В масштабе $\mu_p(H/мм)$ строим план сил, по которому находим значения и истинные направления реакций R_{12}^n и R_{43} (рис.3.10, б).

Из плана сил имеем:

$$\bar{R}_{12}^{\tau} + \bar{R}_{12}^n = \bar{R}_{12}; R_{12} = hb \cdot \mu_p; R_{43} = gh \cdot \mu_p. \quad (3.20)$$

4. Находим реакцию во внутреннем шарнире В, для чего составляем уравнение равновесия для силового многоугольника звена 2 (или звена 3):

$$\sum F_{k2} = 0; \quad \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^{\tau} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{u2} + \bar{R}_{32} = 0. \quad (3.21)$$

Соединяя начало вектора R_{12}^n (точку h) с концом вектора F_{u2} (точку d) отрезком dh , получаем реакцию: $R_{32} = dh \cdot \mu_p$.

5. Расстояние, определяющее положение реакции R_{43} , определяем из уравнения равновесия для моментов относительно точки В всех сил, приложенных к звену 3:

$$\sum M_{A3} = 0; \quad R_{43} \cdot h - P \cdot BC = 0, \quad (3.22)$$

откуда

$$h = \frac{P \cdot BC}{R_{43}}. \quad (3.23)$$

Заметим, что при $BC = 0$ расстояние $h = 0$, т. е. реакция R_{43} проходит через центр шарнира В.

3.7. Двухповодковая группа второго класса третьего вида (ВПВ)

Дано: план структурной группы второго класса третьего вида (рис. 3.11, а), вычерченный в масштабе μ_l . Структурная группа состоит из двух звеньев: кулисы 3 и кулисного камня 2, а также двух поводков (звенья 1 и 4). На звенья структурной группы действуют силы тяжести G_2, G_3 , равнодействующие силы инерции F_{u2} и F_{u3} , момент сил инерции M_{u3} и внешняя сила P . Требуется найти значения и направления реакций R_{12} и R_{43} во вращательных кинематических парах B и C , реакцию R_{32} в поступательной кинематической паре.

Решение:

1. Действие реакции связей в шарнирах B и C раскладываем на составляющие R_{12}^n и R_{43}^n вдоль звена BC и R_{12}^τ и R_{43}^τ перпендикулярно звену BC . Направления составляющих выбирают произвольно.

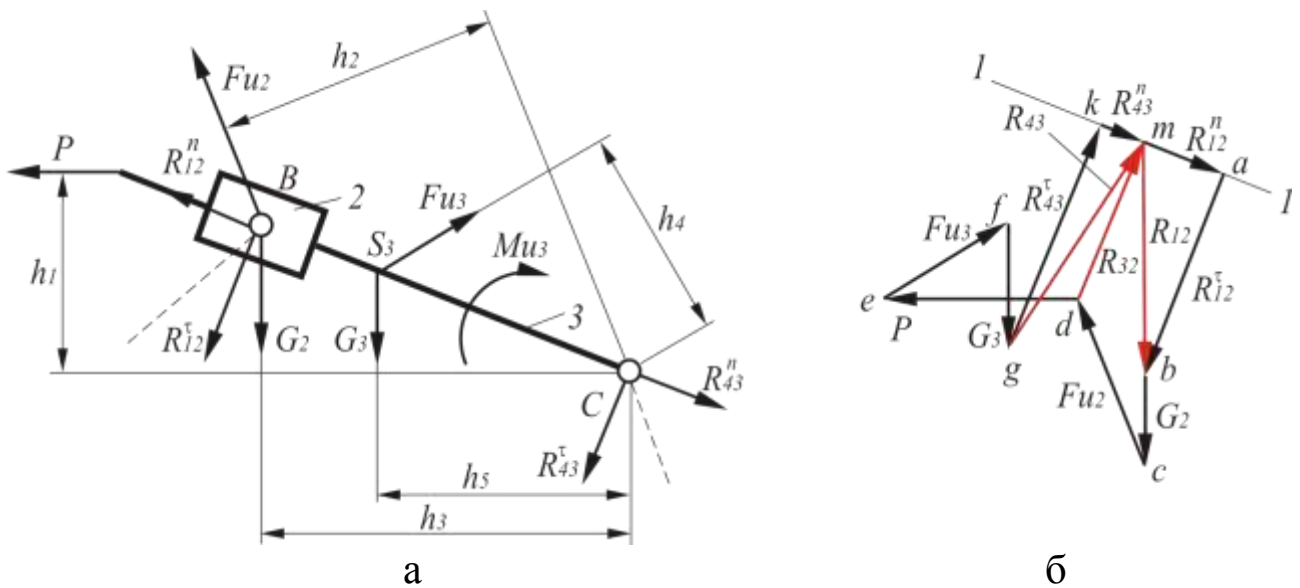


Рисунок 3.11 – Силовой расчет структурной группы второго класса третьего вида

2. Определяем касательную составляющую реакции R_{12}^τ из уравнения равновесия для моментов всех сил, действующих на структурную группу, относительно точки C :

$$R_{12}^\tau \cdot BC + Ph_1 - F_{u2}h_2 + G_2h_3 - F_{u3}h_4 + G_2h_5 - \frac{M_{u3}}{\mu_l} = 0. \quad (3.24)$$

Входящие в уравнение (3.24) плечи сил измеряем в миллиметрах непосредственно на плане структурной группы. Если R_{12}^τ получается отрицательной, то это свидетельствует об обратном ее направлении.

3. Составляем уравнение силового многоугольника для всей структурной группы:

$$\sum F_k = 0; \quad \underbrace{\bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^\tau + \bar{G}_2 + \bar{F}_{u2}}_{\text{звено 2}} + \underbrace{\bar{F}_{u3} + \bar{G}_3 + \bar{P} + \bar{R}_{43}^\tau + \bar{R}_{43}^n}_{\text{звено 3}} = 0. \quad (3.25)$$

4. Строим силовой многоугольник в масштабе $\mu_p(H/мм)$ в такой последовательности:

– проводим линию 1–1 (рис 3.11, б), параллельную нормальным составляющим R_{12}^n и R_{43}^n ;

– из произвольной точки a , взятой на ней, откладываем реакцию R_{12}^τ , известную по значению и направлению;

– последовательно в выбранном масштабе откладываем все остальные векторы:

$$ab = \frac{R_{12}^\tau}{\mu_p}; \quad bc = \frac{G_2}{\mu_p}; \quad cd = \frac{F_{u2}}{\mu_p}; \quad de = \frac{P}{\mu_p}; \quad ef = \frac{F_{u3}}{\mu_p}; \quad fg = \frac{G_3}{\mu_p};$$

– через точку g проводим линию действия реакции R_{43}^τ до пересечения ее в точке k с линией 1–1. Полученный вектор gk в масштабе μ_p изображает реакцию R_{43}^τ , а вектор ak является векторной суммой реакций R_{12}^n и R_{43}^n ;

– для определения каждой из них рассмотрим равновесие звена 2, составив векторное уравнение его равновесия:

$$\sum F_k = 0; \quad \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^\tau + \bar{G}_2 + \bar{F}_{u2} + \bar{R}_{32} = 0. \quad (3.26)$$

В уравнении (3.26) у неизвестной величины R_{32} известна линия направления действия – перпендикуляр к линии BC . Проведя ее через конец вектора F_{u2} (точку d), получаем точку m пересечения с прямой 1–1. Таким образом, определены составляющие R_{43}^n (отрезок km) и R_{12}^n (отрезок ma).

Находим полные реакции во всех кинематических парах. Поскольку $\bar{R}_{12}^r + \bar{R}_{12}^n = \bar{R}_{12}$; $\bar{R}_{43}^r + \bar{R}_{43}^n = \bar{R}_{43}$, то $R_{12} = mb \cdot \mu_P$; $R_{43} = gm \cdot \mu_P$; $R_{32} = dm \cdot \mu_P$.

3.8. Двухповодковая группа второго класса четвертого вида (ПВП)

Дано: план структурной группы второго класса четвертого вида (рис. 3.12, а), вычерченный в масштабе μ_l . Структурная группа состоит из двух звеньев: ползуна 2 и кулисного камня 3, а также двух поводков (звенья 1 и 4). На звенья структурной группы действуют силы тяжести G_2, G_3 , равнодействующие сил инерции F_{u2} и F_{u3} . Требуется найти значения и направления реакций R_{12} и R_{43} в поступательной кинематической паре, реакцию R_{32} во внутренней вращательной кинематической паре.

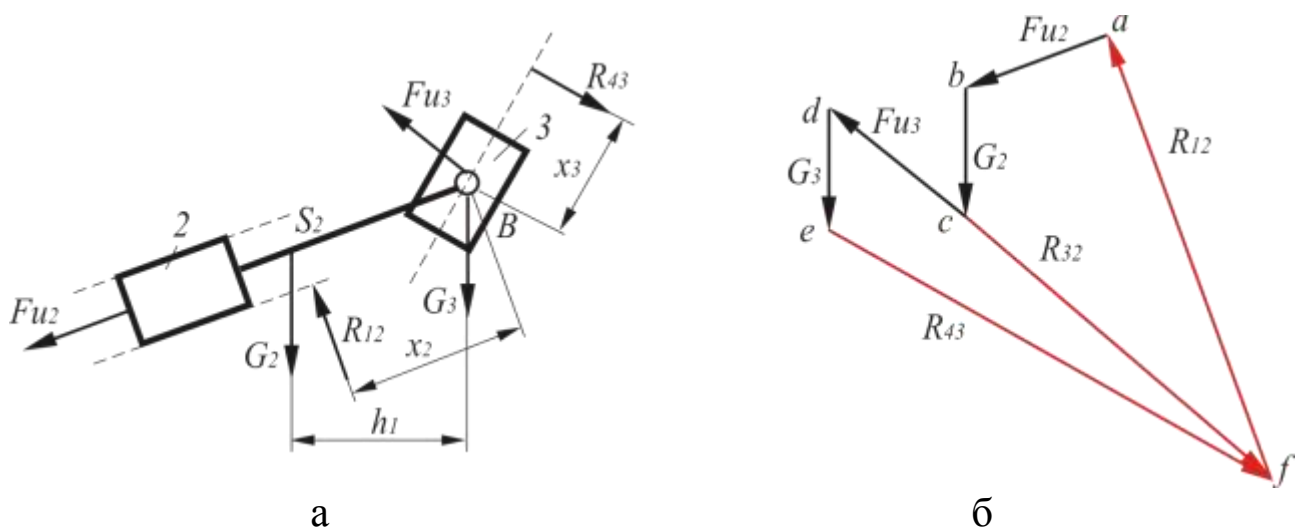


Рисунок 3.12 – Силовой расчет структурной группы второго класса четвертого вида

Решение:

1. Прикладываем неизвестные реакции R_{12} и R_{43} перпендикулярно направляющим 1 и 4. Направления векторов и плечи x_2 и x_3 принимаем произвольно.

2. Составляем уравнение силового многоугольника в целом для всей структурной группы:

$$\sum F_k = 0; \quad \bar{R}_{12} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{u2} + \bar{G}_3 + \bar{F}_{u3} + \bar{R}_{43} = 0. \quad (3.27)$$

В уравнение не входят силы R_{23} и R_{32} , так как они взаимно уравновешены. Строим в масштабе $\mu_P(H/мм)$ многоугольник сил (рис 3.12, б), из которого находим:

$$R_{12} = fa \cdot \mu_P; \quad R_{43} = ef \cdot \mu_P. \quad (3.28)$$

3. Составляем векторное уравнение равновесия сил, приложенных к любому из звеньев, например, ко второму:

$$\sum F_{k2} = 0; \quad \bar{R}_{12} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{u2} + \bar{R}_{32} = 0, \quad (3.29)$$

откуда

$$|R_{32}| = |-R_{32}| = cf \cdot \mu_P.$$

4. Из уравнения равновесия для моментов относительно точки B всех сил, приложенных к звену 2, находим плечо x_2 :

$$\sum M_{\hat{A}2} = 0; \quad G_2 \cdot h_1 - R_{12} \cdot x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{G_2 h_1}{R_{12}}. \quad (3.30)$$

5. Из уравнения моментов относительно точки B всех сил, приложенных к звену 3, находим плечо x_3 :

$$\sum M_{\hat{A}3} = 0; \quad R_{43} \cdot x_3 = 0 \Rightarrow x_3 = 0. \quad (3.31)$$

3.9. Двухповодковая группа второго класса пятого вида (ВПП)

Дано: план структурной группы второго класса пятого вида (рис. 3.13, а), вычерченный в масштабе μ_l . Структурная группа состоит из двух звеньев 2 и 3, а также двух поводков (звенья 1 и 4). На звенья структурной группы действуют силы тяжести G_2, G_3 , равнодействующие сил инерции F_{u2} и F_{u3} , внешняя сила P . Требуется найти значения и направления реакций R_{32} и R_{03} в поступательных кинематических парах, реакцию R_{12} во вращательной кинематической паре.

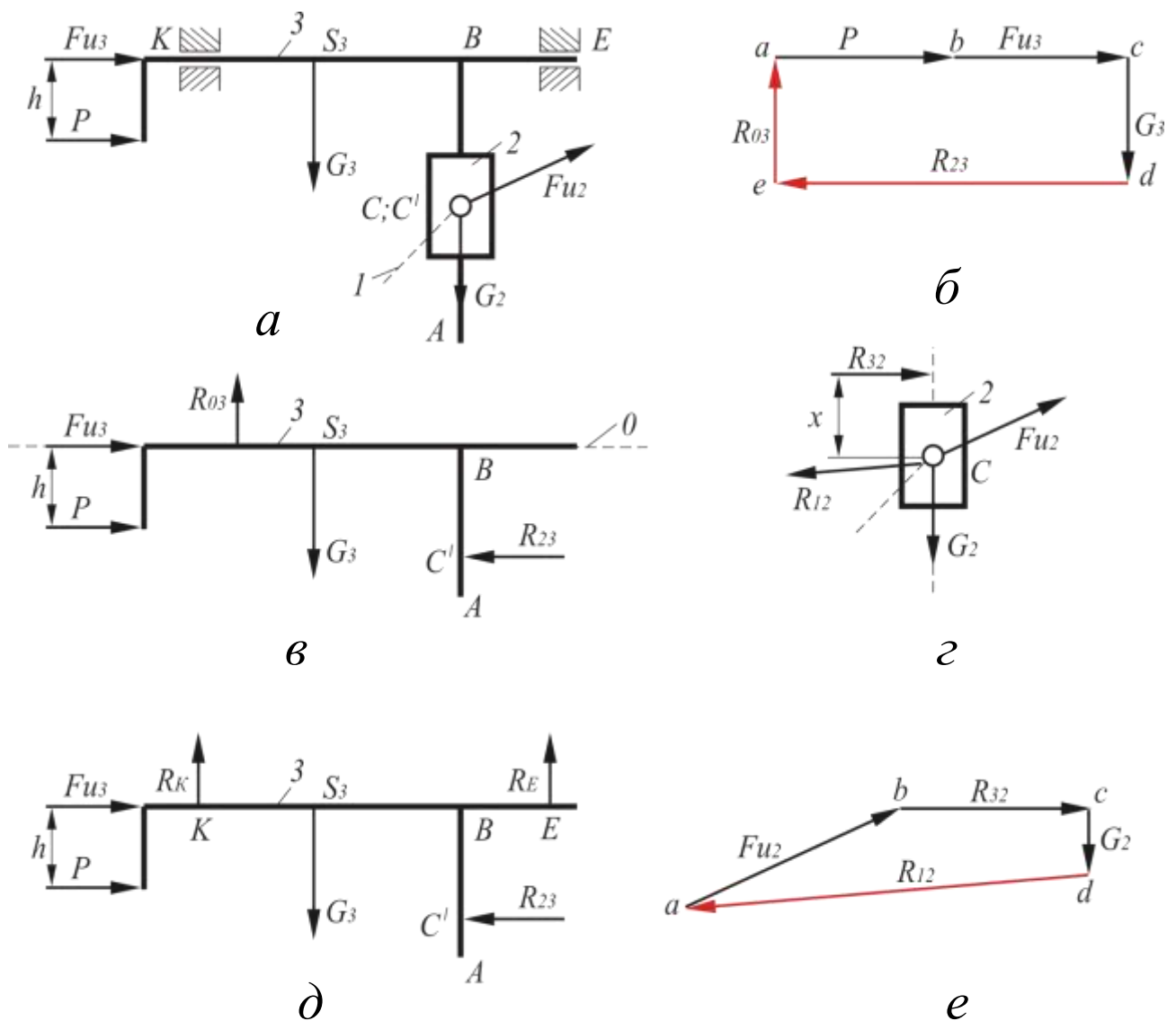


Рисунок 3.13 – Силовой расчет структурной группы второго класса пятого вида

Решение:

1. Рассматриваем равновесие звена 3 (рис. 3.13, в). Реакцию R_{03} стойки 0 на звено 3 прикладываем перпендикулярно направляющей KE в произвольной точке, реакцию R_{23} ползуна 2 – перпендикулярно направляющей AB . Составляем уравнение равновесия звена 3:

$$\sum F_k = 0; \quad \bar{R}_{03} + P + \bar{G}_2 + \bar{F}_{u3} + \bar{G}_3 + \bar{R}_{23} = 0. \quad (3.32)$$

2. Строим силовой многоугольник звена 3 (рис. 3.13, б), из которого находим значения и направления реакций R_{03} и R_{23} :

$$R_{03} = ea \cdot \mu_P; R_{23} = ed \cdot \mu_P.$$

3. Составляем уравнение равновесия звена 2, прикладывая к нему известные силы G_2 , F_{u2} , $R_{32} = -R_{23}$ и подлежащую определению реакцию R_{12} со стороны звена 1, на схеме не показанного (рис. 3.13, г). Составляем уравнение равновесия звена 2:

$$\sum F_k = 0; \quad \bar{F}_{u2} + \bar{R}_{32} + \bar{G}_2 + \bar{R}_{12} = 0. \quad (3.33)$$

В масштабе μ_P (Н/мм) строим план сил для звена 2 (рис. 3.13, е), находим реакцию R_{12} :

$$R_{12} = ad \cdot \mu_P.$$

4. Определяем точку приложения реакции R_{32} , составляя уравнение равновесия для звена 2:

$$\sum M_{\bar{N}} = 0; \quad R_{32} \cdot x = 0 \Rightarrow x = 0. \quad (3.34)$$

Следовательно, реакция R_{32} приложена в точке С.

5. Находим реакции R_K и R_E опор K и E , составляя уравнение равновесия звена 3 (рис. 3.13, д). Реакции R_K и R_E прикладываем перпендикулярно направляющей KE . В этом случае

$$\sum M_{\hat{E}} = 0; \quad Ph + R_E \cdot KE - R_{23} \cdot BC' - G_3 \cdot KS_3 = 0; \quad (3.35)$$

$$\sum M_E = 0; \quad Ph - R_K \cdot KE - R_{23} \cdot BC' + G_3 \cdot ES_3 = 0. \quad (3.36)$$

Из этих уравнений находим значения и направления реакций R_K и R_E . При правильном решении $R_K + R_E = R_{03}$.

3.10. Силовой анализ первичного механизма

В общем случае первичный механизм состоит из кривошипа и стойки, образующих вращательную кинематическую пару пятого класса. Под действием силовых факторов первичный механизм не находится в равновесии. Для того чтобы равновесие имело место, необ-

ходимо дополнительно ввести силу или пару сил, которые уравновешивали бы систему силовых факторов, приложенных к кривошипу. К подобным силовым факторам относятся уравновешивающая сила или уравновешивающий момент пары сил.

Дано: первичный механизм, состоящий из кривошипа и стойки, образующих вращательную кинематическую пару пятого класса (рис. 3.14, а). На кривошип действуют: сила реакции R_{21} со стороны звена 2 (на рисунке не показано), сила тяжести кривошипа G_1 , реакция R_{01} стойки O .

Решение:

Точка O является центром вращательной кинематической пары, следовательно, используя принцип «исключения связей», заменяем связи, наложенные стойкой O на движения кривошипа 1 соответствующей реакцией. В результате получаем реакцию R_{01} (рис. 3.14, б), компенсирующую действие на кривошип системы силовых факторов, представленных реакцией R_{21} . Для реакции R_{01} известна только точка ее приложения.

С учетом изложенного выше, для достижения равновесия дополнительно вводим уравновешивающую силу P_y , прикладывая ее в точке A перпендикулярно оси кривошипа (линия действия уравновешивающей силы определяется конструкцией передаточного механизма; в общем случае может быть приложена и не в точке A).

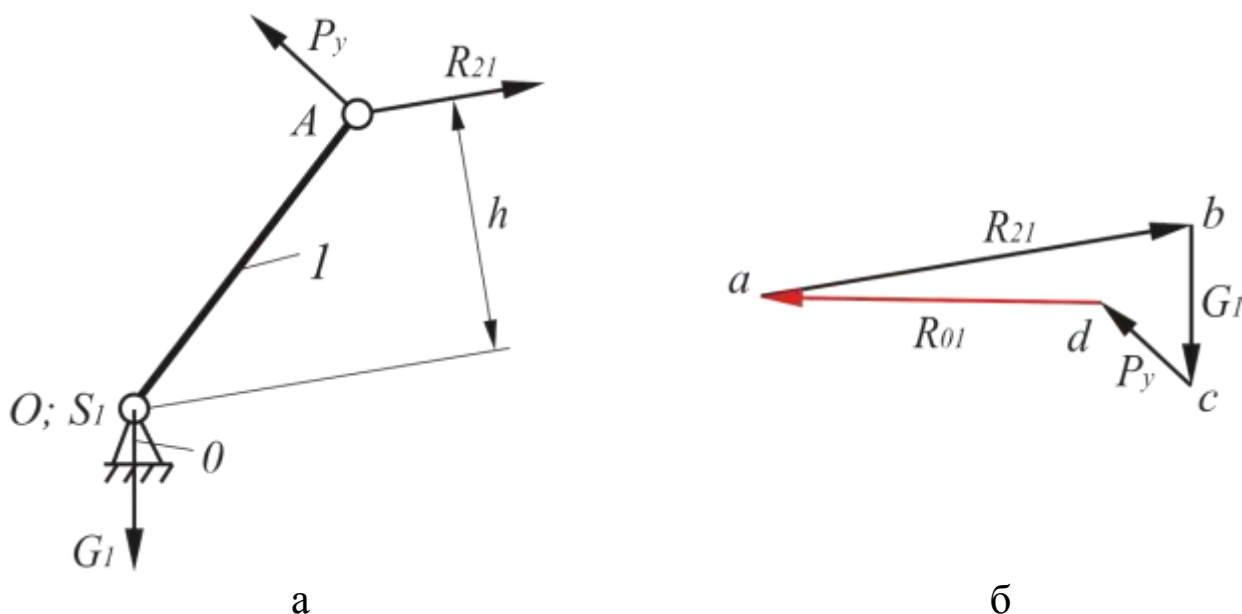


Рисунок 3.14 – Силовой расчет первичного механизма

Уравновешивающую силу находим из уравнения равновесия:

$$\sum M_i = 0; \quad R_{21}h - D_0 \cdot \hat{I} \hat{A} = 0, \quad (3.37)$$

откуда

$$P_y = \frac{R_{21}h}{OA}. \quad (3.38)$$

Составляем векторное уравнение равновесия кривошипа:

$$\sum F_k = 0; \quad \bar{P}_{21} + \bar{P}_y + \bar{G}_I + \bar{R}_{0I} = 0. \quad (3.39)$$

Строим в масштабе μ_P (Н/мм) векторный многоугольник сил (рис. 3.14, б), по которому находим реакцию в шарнире О:

$$R_{0I} = da \cdot \mu_P. \quad (3.40)$$

3.11. Определение уравновешивающей силы методом Жуковского (рычаг Жуковского)

При определении мощности двигателя, расчете маховиков и регуляторов, а также в ряде других случаев, нужно знать только уравновешивающую силу или уравновешивающий момент, которые должны быть приложены к ведущему звену. При этом реакции в кинематических парах можно не определять. Если уравновешивающую силу или уравновешивающий момент находить по изложенному выше методу кинетостатики, то значительное время будет затрачено на определение реакций в кинематических парах, значения которых впоследствии не будут использованы.

Профессор Н. Е. Жуковский предложил метод, основанный на известном в теоретической механике принципе возможных перемещений, который позволяет весьма быстро и точно находить уравновешивающую силу, не определяя реакций в кинематических парах. Используя принцип возможных перемещений, он доказал, что для равновесия механизма, находящегося под действием ряда сил, необходимо и достаточно, чтобы сумма моментов всех действующих сил, перенесенных с плана механизма в соответствующие точки повернутого на угол 90° плана скоростей, рассматриваемого как жесткий рычаг,

чаг с осью вращения в полюсе плана скоростей, равнялась нулю относительно этого полюса.

Таким образом, *сущность метода рычага Жуковского* сводится к следующему:

1. Строят в произвольном масштабе план скоростей механизма и поворачивают его вокруг полюса на угол 90° в любую сторону.

2. В соответствующие точки повернутого плана скоростей с плана механизма переносят все силы, действующие на его звенья, включая силы инерции и уравновешивающую силу или уравновешивающий момент, а также моменты сил инерции звеньев, движущих сил и сил сопротивления (при их наличии).

3. Составляют уравнение алгебраической суммы моментов всех сил относительно полюса повернутого плана скоростей, из которого находят значение и направление уравновешивающей силы или уравновешивающего момента.

Все плечи сил, входящие в это уравнение, замеряют на плане скоростей в миллиметрах.

Рассмотрим применение метода рычага Жуковского на примере кривошипно-ползунного механизма.

Дано: план кривошипно-ползунного механизма, вычерченный в масштабе μ_l (рис. 3.15, а). На звенья механизма действуют силы тяжести G_1, G_2, G_3 , равнодействующие сил инерции F_{u2} и F_{u3} , момент сил инерции M_{u2} и внешняя сила P .

Решение:

1. Строим план скоростей механизма (рис. 3.15, б).

2. Представляем момент M_{u2} в виде пары сил F_{Mu2} и F'_{Mu2} , действующих перпендикулярно звену AB в точках A и B . Очевидно, что

$$|F_{Mu2}| = |-F'_{Mu2}| = \frac{M_{u2}}{l_{AB}}. \quad (3.41)$$

3. В соответствующие точки рычага Жуковского переносим, сохраняя их направления, все силы, действующие на звенья механизма (рис. 3.15, в).

4. Уравновешиваем рычаг Жуковского, прикладывая к нему в точке a уравновешивающую силу P_y , направляя ее перпендикулярно звену pva .

5. На рычаге Жуковского графически определяем плечи для всех сил относительно полюса p_v .

6. Составляем уравнение равновесия рычага Жуковского:

$$\sum M_{pv} = 0; \quad -P_y \cdot p_v a + G_1 \cdot h_1 + G_2 \cdot h_2 + F_{u2} \cdot h_3 + F_{u3} \cdot p_v b - P \cdot p_v b - F_{Mu2} \cdot h_4 - F'_{Mu2} \cdot h_5 = 0, \quad (3.42)$$

где $p_v a$, h_1 , h_2 , h_3 , h_4 , h_5 , $p_v b$ – длины отрезков, изображающих на рычаге Жуковского плечи сил относительно полюса, в *миллиметрах*.

Из уравнения (3.42) определяем уравновешивающую силу P_y :

$$P_y = \frac{G_1 \cdot h_1 + G_2 \cdot h_2 + F_{u2} \cdot h_3 + F_{u3} \cdot p_v b - P \cdot p_v b - F_{Mu2} \cdot h_4 - F'_{Mu2} \cdot h_5}{p_v a}.$$

Следует отметить, что рычаг Жуковского изображают контурными линиями, векторы скоростей – в виде отрезков без указаний их направлений.

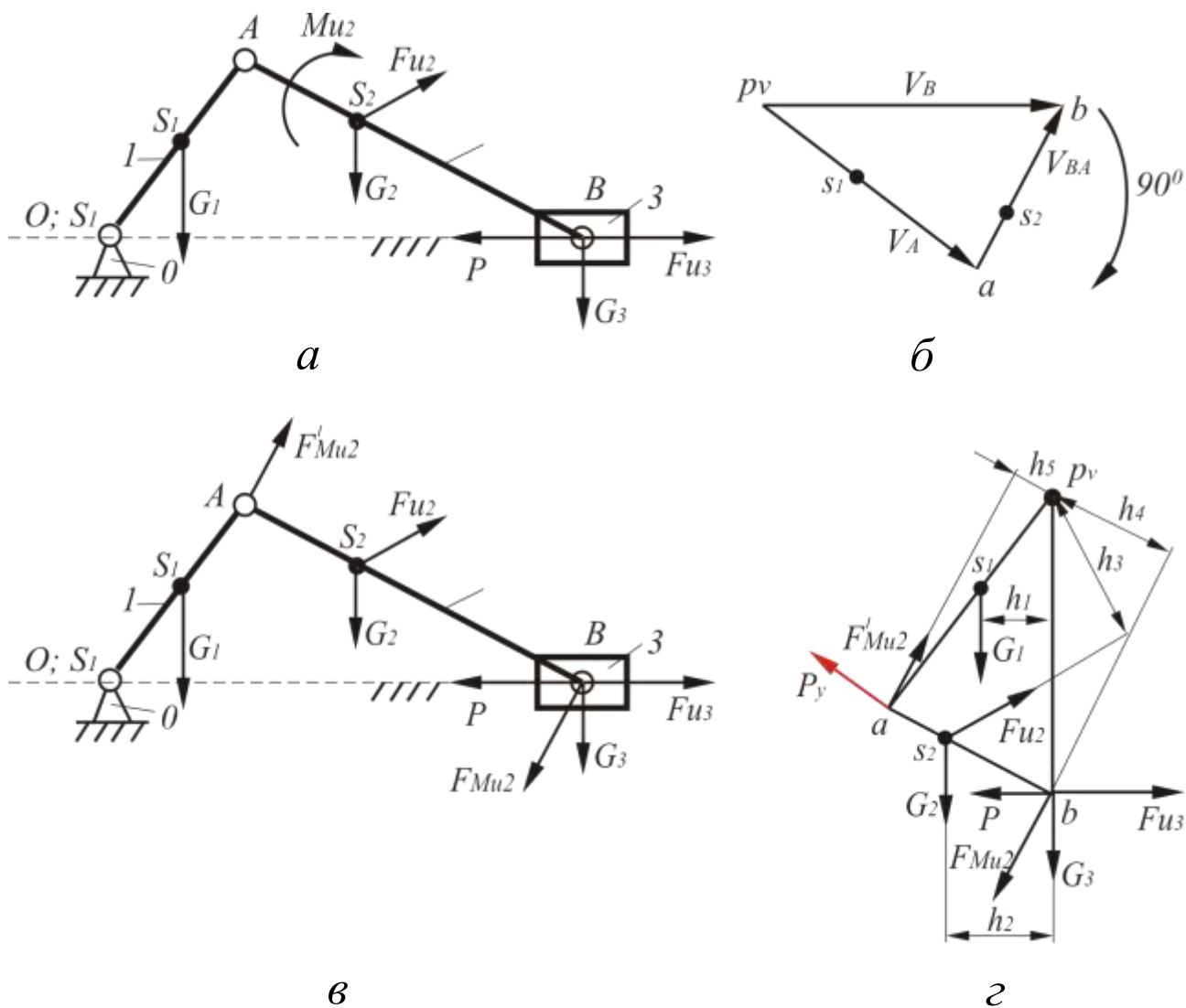


Рисунок 3.15 – Построение рычага Жуковского

3.12. Последовательность силового анализа механизмов

1. Определить масштаб и изобразить план механизма в исследуемом положении (указанном в задании на проект).

2. Выделить в механизме структурные группы и первичный механизм.

3. Построить диаграмму сил полезного сопротивления $P_{ПС}$ для рабочей машины или индикаторную диаграмму для двигателя как функцию линейного перемещения поршня, или как функцию угла поворота кривошипа. Определить силу полезного сопротивления или движущую силу рабочей машины, или движущую силу у двигателя в исследуемом положении.

4. Определить силы тяжести и инерционные нагрузки. Если силы тяжести малы по сравнению с другими силами, действующими на механизм, то ими пренебрегают (например, в двигателях внутреннего сгорания). Силы трения не учитывать. Построить планы скоростей и ускорений для заданного положения механизма и по ним определить силы инерции и моменты сил инерции звеньев.

5. Вычислить реакции в кинематических парах структурных групп и уравновешивающую силу на первичном механизме.

Вычертить отдельно в масштабе схему первой рассматриваемой структурной группы. Приложить в соответствующих точках группы силу полезного сопротивления $P_{ПС}$ (для двигателей и компрессоров – силы давления на поршни), силы тяжести (если их следует учитывать), силы инерции звеньев в центрах масс звеньев. К звеньям (их изображают контурными линиями) приложить моменты сил инерции в виде дуговых стрелок.

Составить уравнения равновесия и построить в масштабе план сил согласно уравнению силового многоугольника. Найти реакции во всех кинематических парах. Искомые силы реакции на планах сил изобразить контурными линиями.

Вычертить следующую структурную группу. Приложить силы тяжести, силы инерции, моменты сил инерции, а также реакции, найденные во внешних кинематических парах предыдущей структурной группы, направив их в обратном направлении. Дальнейший расчет подобен расчету первой структурной группы.

Аналогично рассчитать остальные структурные группы

6. Выполнить силовой расчет кривошипа.

7. Определить уравновешивающую силу методом Жуковского.

Вопросы для самопроверки

1. Приведите классификацию силовых факторов, действующих на звенья технических систем.
2. Какие упрощения принимают при решении задач силового анализа?
3. Как определяют главные векторы и главные моменты сил инерции для каждого из звеньев рычажного механизма?
4. В чем состоит задача силового анализа механизма? Как свести задачу динамики к задаче статики?
5. В какой последовательности выполняют силовой расчет механизма?
6. В какой последовательности определяют реакции в кинематических парах структурных групп?
7. Что такое план сил?
8. Объясните методику построения рычага Жуковского. Что можно определить с помощью этого рычага?
9. Как приводят моменты, действующие на звенья, к рычагу Жуковского?

ГЛАВА 4. АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ПЛОСКИХ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

4.1. Основные понятия и определения

Кулачковый механизм – это механизм с высшей кинематической парой, обладающий возможностью обеспечения выстоев выходного звена, а структура содержит хотя бы одно звено с рабочей поверхностью переменной кривизны.

Кулачковые механизмы предназначены для преобразования движения ведущего звена в требуемый вид движения выходного звена согласно заданному закону.

Схема типового кулачкового механизма имеет структуру, содержащую **стойку и два подвижных звена** (рис. 4.1). При этом в кулачковом механизме при двух подвижных звеньях можно реализовать преобразование движения и силовых факторов по закону любой сложности.

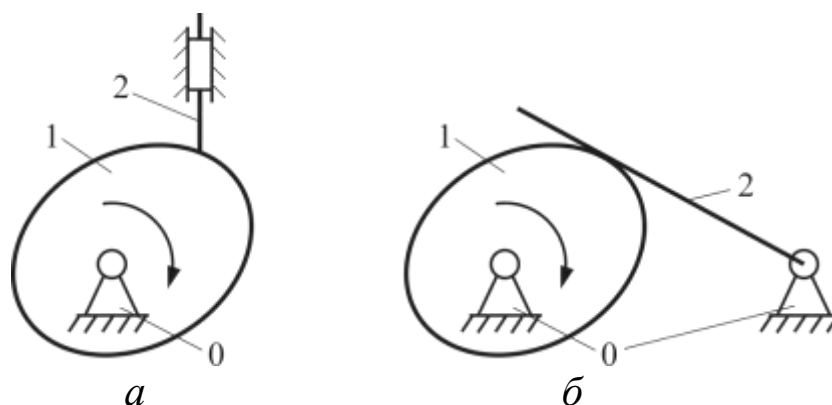


Рисунок 4.1 – Типовые кулачковые механизмы

В типовых схемах кулачковых механизмов ведущее звено называется кулачком, а в качестве выходного звена выступает толкатель (рис. 4.1, а) или коромысло (рис. 4.1, б).

Кулачок – это звено кулачкового механизма, имеющее рабочую поверхность переменной кривизны.

Кулачок может иметь самый разнообразный профиль, зависящий от закона перемещения толкателя. Движение толкателя может быть с остановками заданной длительности (клапаны в ДВС, токарных автоматах, механизмах подачи материала для упаковки продукции, механизмах перемещения суппорта в конвейерах и грохотах,

в механизмах привода питающего транспортера, уравнивательных механизмах цепных конвейеров).

Толкатель – это выходное звено кулачкового механизма, совершающее поступательные движения.

Коромысло – это выходное звено кулачкового механизма, совершающее только вращательные движения и не имеющее возможности осуществления поворота на угол более 360° .

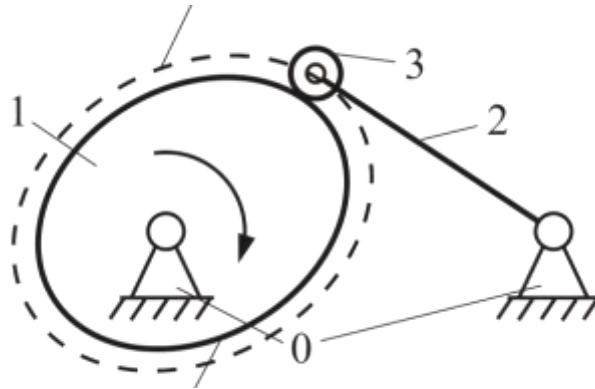
Кулачковые механизмы широко применяют во всех областях машиностроения, особенно при автоматизации различных технологических процессов в автомобиле- и тракторостроении. Главный недостаток кулачкового механизма – наличие в нем двухподвижной кинематической пары. В этом случае вследствие разности скоростей движения контактирующих звеньев в зоне их контакта имеют место большие удельные давления и, как следствие, трение скольжения, что приводит к интенсивному износу этих поверхностей, а также к росту потерь, уменьшению КПД и ресурса работы кулачкового механизма. Поэтому звенья кулачкового механизма должны быть изготовлены из высококачественных материалов и подвергнуты соответствующей термообработке.

Для замены в высшей кинематической паре трения скольжения на трение качения в схему кулачкового механизма вводят дополнительное звено, которое называется роликом. **Ролик** образует с выходным звеном одноподвижную кинематическую пару пятого класса (рис. 4.2). Подвижность этой кинематической пары не оказывает влияния на передаточную функцию кулачкового механизма и является местной подвижностью. Введение в состав механизма ролика значительно снижает износ, увеличивает срок службы, но усложняет конструкцию механизма.

При введении в схему дополнительного звена – ролика – преобразование движения и силовых факторов осуществляется посредством соприкосновения рабочей поверхности кулачка с поверхностью ролика, который взаимодействует с выходным звеном. В этом случае кулачок имеет два вида профилей (рис. 4.2): конструктивный и теоретический.

Действительный (конструктивный) профиль – это огибающая к последовательным положениям ролика в относительном его движении.

Теоретический (центровой) профиль



Конструктивный (рабочий) профиль

Рисунок 4.2 – Кулачковый механизм с роликовым коромыслом

Центровой (теоретический) профиль – это профиль, который описывает центр ролика при его перекатывании без скольжения по конструктивному профилю кулачка.

Центровой и действительный профили кулачка представляют собой эквидистантные (равноудаленные) кривые, расстояние между которыми по нормали равно радиусу ролика.

4.2. Классификация кулачковых механизмов

Кулачковые механизмы классифицируются:

1) по служебному назначению:

- кулачковые механизмы, обеспечивающие перемещение выходного звена по заданному закону движения;
- кулачковые механизмы, обеспечивающие только заданное максимальное перемещение выходного звена (ход толкателя или угол поворота коромысла);

2) расположению звеньев в пространстве:

- плоские кулачковые механизмы (рис. 4.3);
- пространственные кулачковые механизмы (рис. 4.4);

3) виду движения кулачка:

- кулачковые механизмы с вращательным движением кулачка (рис. 4.3);
- кулачковые механизмы с поступательным движением кулачка (рис. 4.5);

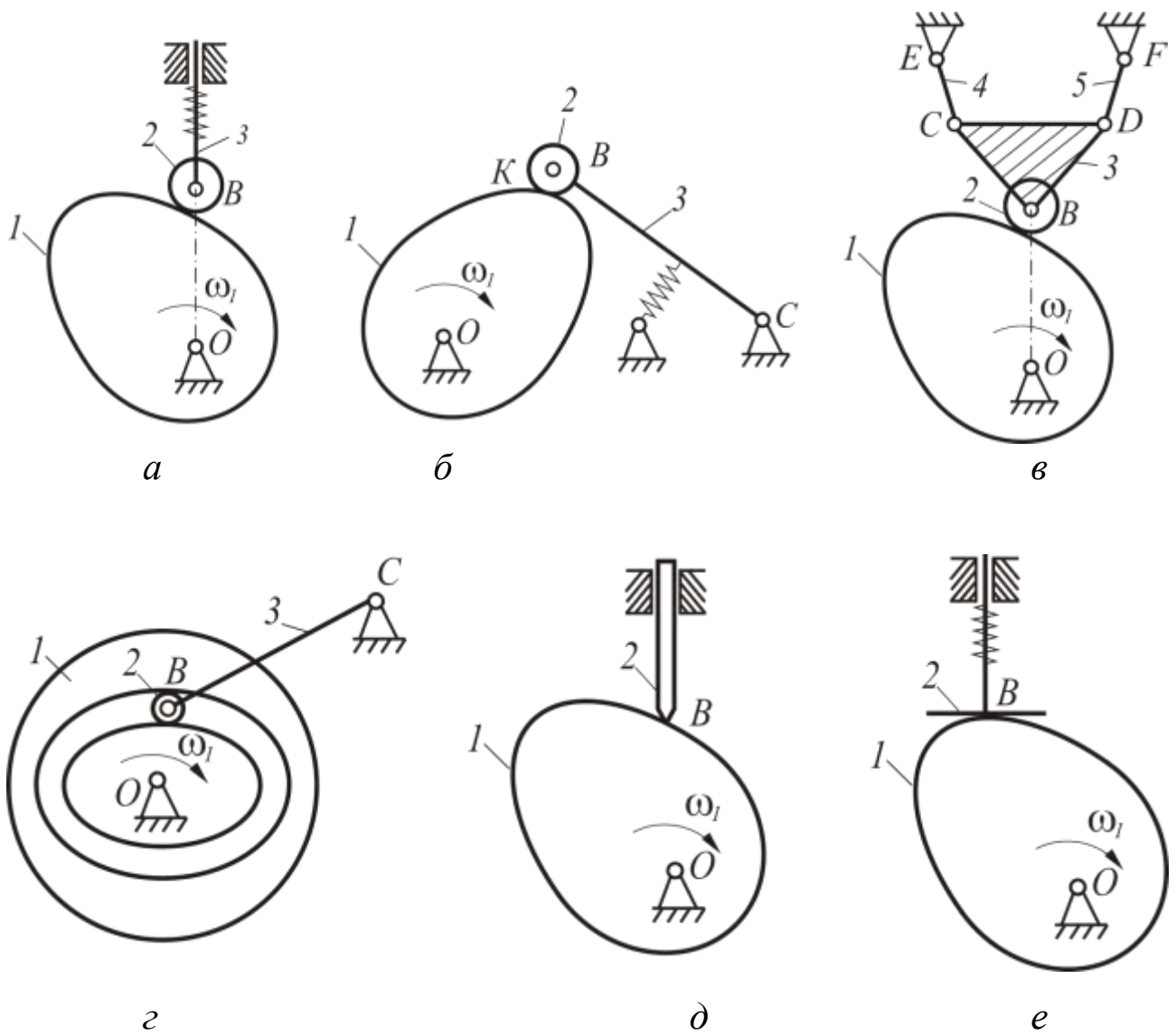


Рисунок 4.3 – Схемы плоских кулачковых механизмов

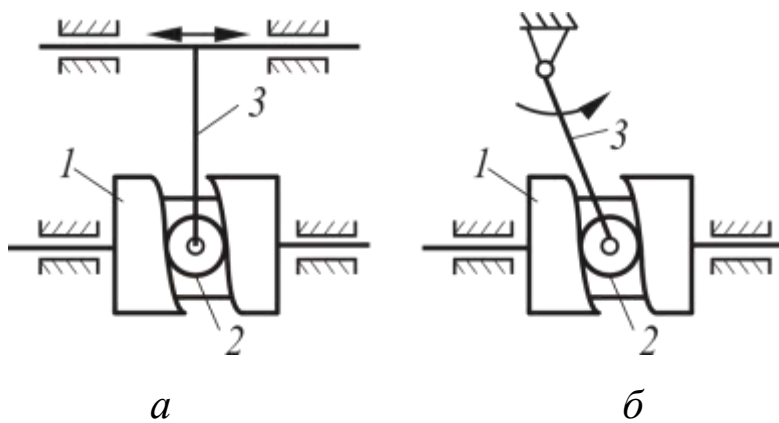


Рисунок 4.4 – Пространственный кулачковый механизм

4) виду движения выходного звена:

– кулачковые механизмы с поступательным движением выходного звена (рис. 4.3, а, д, е; рис. 4.4, а; рис. 4.5, а);

– кулачковые механизмы с вращательным движением выходного звена (рис. 4.3, б, в, г; рис. 4.4, б; рис. 4.5, б);

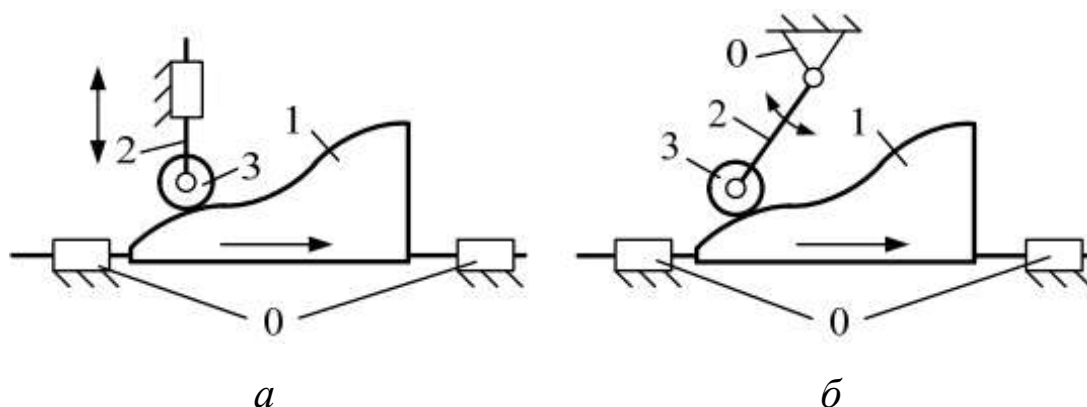


Рисунок 4.5 – Кулачковые механизмы с поступательным движением кулачка

5) по виду кулачка:

- кулачковые механизмы с плоским кулачком (рис. 4.3; рис. 4.5);
- кулачковые механизмы с цилиндрическим кулачком (рис. 4.4);
- кулачковые механизмы с глобоидным кулачком (рис. 4.6, а);
- кулачковые механизмы со сферическим кулачком (рис. 4.6, б);

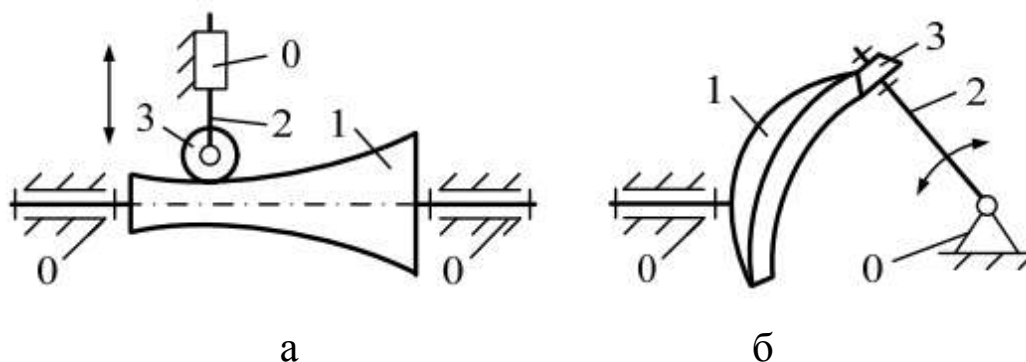


Рисунок 4.6 – Схемы кулачковых механизмов с глобоидным и сферическим кулачками

б) виду толкателя:

- игольчатый толкатель (рис. 4.3, д);
- плоский толкатель (рис. 4.3, е);
- роликовый толкатель (рис. 4.3, а–г; 4.5, 4.6);

7) наличию смещения:

– **дезаксиальные кулачковые механизмы** – это кулачковый механизм, в котором ось пути выходного звена смещена относительно центра вращения кулачка на некоторую величину. Величина смещения называется эксцентриситет, или дезаксиал, и обозначается e (рис. 4.7);

– **аксиальные кулачковые механизмы** – это кулачковый механизм, в котором ось пути выходного звена проходит через центр вращения кулачка (рис. 4.8);

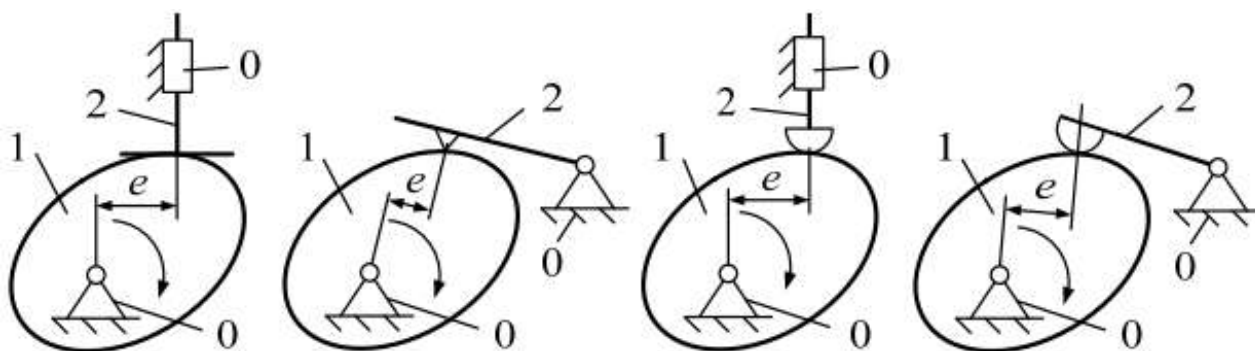


Рисунок 4.7 – Схемы дезаксиальных кулачковых механизмов

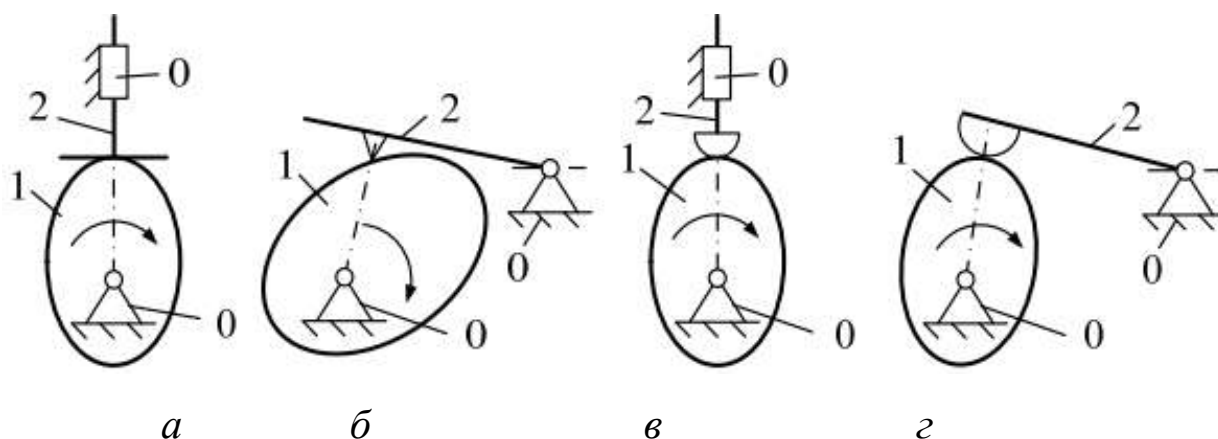


Рисунок 4.8 – Схемы аксиальных кулачковых механизмов

8) *виду замыкания связи:*

– **кулачковый механизм с силовым замыканием** – это механизм, в котором обеспечение постоянства контакта звеньев высшей кинематической пары осуществляется посредством использования сил тяжести звеньев или сил упругости пружин (рис. 4.3, а, б).

В кулачковых механизмах с силовым замыканием звеньев, образующих высшую пару, движение выходного звена на фазе удаления осуществляется за счет воздействия контактной поверхности кулачка на контактную поверхность выходного звена, т. е. ведущим звеном является кулачок, а ведомым звеном – выходное звено: толкатель или коромысло. На фазе сближения выходное звено движется вследствие действия силы упругости пружины или силы тяжести выходного звена, т. е. ведущим звеном является выходное звено: толкатель или коромысло, а ведомым звеном – кулачок;

– *кулачковый механизм с геометрическим замыканием* – это механизм, в котором способ обеспечения постоянства контакта звеньев высшей кинематической пары осуществляется посредством конфигурации рабочих поверхностей кулачка (рис. 4.3, *г*; 4.4).

В кулачковых механизмах с геометрическим замыканием звеньев, образующих высшую пару, движение выходного звена на фазе удаления осуществляется за счет воздействия наружной рабочей поверхности кулачка на контактную поверхность выходного звена. Движение выходного звена на фазе сближения является следствием воздействия внутренней рабочей поверхности кулачка на контактную поверхность выходного звена. На обеих фазах ведущим звеном выступает кулачок, а ведомым звеном является выходное звено: толкатель или коромысло.

4.3. Структурный анализ кулачковых механизмов

Звенья типовых кулачковых механизмов совершают движения в параллельных плоскостях, следовательно, данные механизмы являются плоскими, подвижность которых рассчитывается по формуле Чебышева.

Кулачковые механизмы без ролика (рис. 4.8, *а*, *б*). Структура обоих видов типовых кулачковых механизмов состоит из трех звеньев, из которых кулачок 1 и толкатель или коромысло 2 являются подвижными звеньями, а стойка 0 – неподвижным звеном, следовательно, $n = 2$. Стойка представлена в схеме механизма с толкателем одной шарнирно-неподвижной опорой и неподвижным ползуном, а в схеме механизмов с коромыслом – двумя шарнирно-неподвижными опорами.

Подвижные звенья и стойка образуют две вращательные кинематические пары пятого класса – $0-1$, $2-0$ и одну высшую кинематическую пару четвертого класса – $1-2$, – следовательно, $p_5 = 2$, $p_4 = 1$.

Подставляя полученные данные в структурную формулу, получаем:

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 6 - 4 - 1 = 1.$$

Результат означает, что для однозначного определения взаимного расположения звеньев механизмов данного вида достаточно одной обобщенной координаты.

Кулачковые механизмы с роликом (рис. 4.8, в, г). Схемы обоих кулачковых механизмов состоят из четырех звеньев, из которых кулачок 1, толкатель или коромысло 2 и ролик 3 являются подвижными звеньями, а стойка 0 – неподвижным звеном, следовательно, $n = 3$. Стойка представлена в схеме механизма с толкателем одной шарнирно-неподвижной опорой и неподвижным ползуном, а в схеме механизмов с коромыслом – двумя шарнирно-неподвижными опорами.

Подвижные звенья и стойка образуют три вращательные кинематические пары пятого класса – 0–1, 2–3, 3–0 и одну высшую кинематическую пару четвертого класса – 1–3, следовательно, $p_5 = 2$, $p_4 = 1$.

Подставляя полученные данные в структурную формулу, получаем:

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 = 9 - 6 - 1 = 2.$$

Расчет по формуле Чебышева для типовых кулачковых механизмов с роликом показывает, что подвижность равна двум. Результат говорит о наличии дефектов структуры в схемах типовых кулачковых механизмов с роликом, что свидетельствует о наличии двух видов подвижностей разного функционального назначения. Подвижность типового плоского кулачкового механизма с одним ведущим звеном, образующим первичный механизм с подвижностью, равной единице, равна единице, следовательно, вторая единица подвижности приходится на долю местной подвижности, образованной роликом с выходным звеном.

4.4. Основные параметры кулачкового механизма

Кулачковые механизмы, образованные на базе типовых схем, относятся к циклоидальным механизмам с периодом работы, равным 2π , и характеризуются наличием нескольких фаз движения выходного звена (рис. 4.9):

– *фаза удаления* – это фаза движения звеньев кулачковых механизмов, сопровождаемая перемещением выходного звена из нижнего положения в верхнее;

– *фаза верхнего стояния или выстоя* – это фаза движения звеньев кулачковых механизмов, сопровождаемая стоянием или выстоем выходного звена в верхнем положении;

– *фаза сближения* – это фаза движения звеньев кулачковых ме-

ханизмов, сопровождаемая перемещением выходного звена из верхнего положения в нижнее;

– *фаза нижнего стояния или выстоя* – это фаза движения звеньев кулачковых механизмов, сопровождаемая стоянием или выстоем выходного звена в нижнем положении.

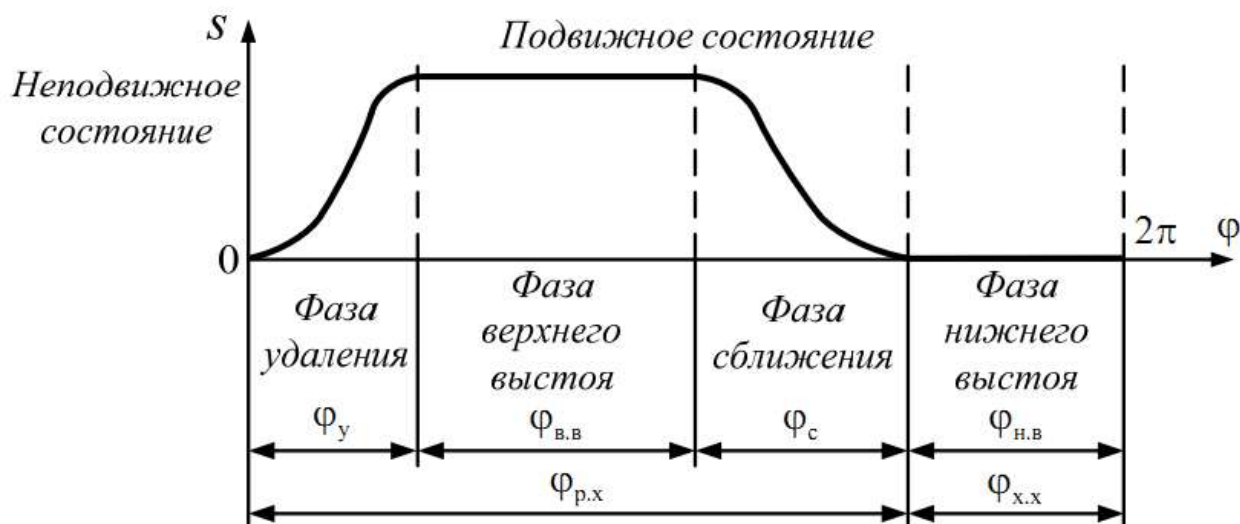


Рисунок 4.9 – Фазы движения выходного звена кулачковых механизмов

Каждая фаза движения звеньев кулачковых механизмов характеризуется соответствующими двумя видами углов (рис. 4.10):

фазовый угол φ – это угол поворота кулачка за время действия определенной фазы движения выходного звена;

профильный угол δ – это угловая координата рабочей точки теоретического профиля кулачка, соответствующая текущему фазовому углу.

В соответствии с классификацией фаз, фазовые углы делятся на четыре вида (рис. 4.9):

- фазовый угол удаления φ_y ;
- фазовый угол верхнего стояния или выстоя $\varphi_{ВВ}$;
- фазовый угол сближения φ_c ;
- фазовый угол нижнего стояния или выстоя $\varphi_{НВ}$.

Сумма всех четырех фазовых углов образует цикловой фазовый угол:

$$\varphi = \varphi_y + \varphi_{ВВ} + \varphi_c + \varphi_{НВ} = 2\pi. \quad (4.1)$$

Сумма первых трех фазовых углов составляет фазовый угол рабочего хода кулачкового механизма:

$$\varphi_P = \varphi_Y + \varphi_{BV} + \varphi_C. \quad (4.2)$$

Фазовый угол холостого хода кулачкового механизма равен фазовому углу нижнего выстоя, т. е. $\varphi_{XX} = \varphi_{HB}$.

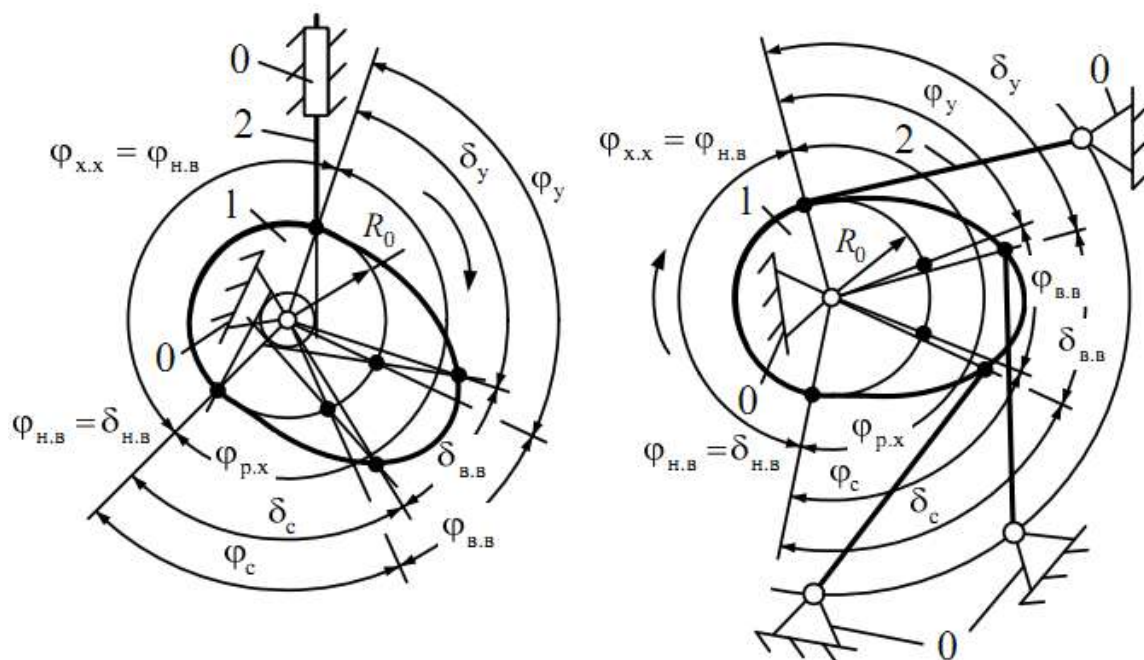


Рисунок 4.10 – Фазовые и профильные углы кулачковых механизмов

Каждой фазе движения звеньев кулачковых механизмов соответствует свой профильный угол, углы также делятся на четыре вида (рис. 4.10):

- угол удаления δ_Y ;
- угол верхнего стояния или выстоя δ_{BV} ;
- угол сближения δ_C ;
- угол нижнего стояния или выстоя δ_{HB} .

В общем случае фазовый и профильный углы соответствующих фаз движения звеньев типовых кулачковых механизмов не равны друг другу: $\varphi \neq \delta$.

Равенство фазовых и профильных углов соответствующих фаз движения звеньев характерно только на фазе нижнего выстоя.

4.5. Законы движения выходного звена

Кулачковые механизмы позволяют осуществлять широкое многообразие законов движения выходного звена. Движение кулачкового механизма должно быть согласовано с работой основной машины,

особенностями выполняемого машиной технологического процесса. Иногда закон движения кулачкового механизма полностью определяется закономерностями исполнения технологического процесса машиной. В других случаях требуется выдержать согласованность только на части рабочего цикла кулачкового механизма, а в остальном выбор движения произволен. Иногда требуется выдержать только значения фазовых углов с произвольным движением внутри рабочих фаз.

Возможность произвольного выбора законов движения ограничивается требованиями к качеству этих законов: они должны быть «технологичны», т. е. не создавать больших трудностей в изготовлении кулачка; не вызывать больших инерционных сил в движении, влияющих на прочность и долговечность механизма.

Закон движения выражает однозначно определенную зависимость кинематических параметров движения (путь, скорость, ускорение) точки тела от времени на своей траектории. Наиболее точны аналитически выраженные законы. Наличие одной разновидности закона (из трех) позволяет получить остальные аналитическими преобразованиями. В качестве исходного закона в проектировании кулачковых механизмов обычно задаются зависимостью ускорение–время, как лимитирующей в динамическом влиянии (силы инерции). *Важны не только абсолютные значения ускорения, но и характер его изменения.* Неблагоприятны для работы механизма «скачкообразные» изменения ускорения, чему на графике такой функции соответствует перепад (по ординате) линии графика.

Теоретически в кулачковом механизме можно осуществить самые различные законы движения ведомых звеньев, но на практике пользуются только теми, которые удовлетворяют кинематическим и динамическим требованиям к кулачковым механизмам.

Кинематическое условие состоит в том, что передача движения между кулачком и ведомым звеном возможна только тогда, когда проекции линейных скоростей точки касания этих звеньев на общую нормаль равны.

При передаче движения в кинематической паре кулачок–толкатель действуют следующие усилия:

F_{∂} – **сила давления**, вектор которой направлен вдоль нормали n – n ;

$F = F_{\partial} \cos \delta$ – **сила полезных сопротивлений** (сила тяжести, сила инерции, давления в пружине и т. д.);

$H = F_{\partial} \sin \delta$ – **сила вредных сопротивлений**, вызывающая перекоп толкателя, возникновение сил трения в направляющих.

Угол δ между направлениями векторов силы F_δ и скорости толкателя V_2 называется *угол давления*. Угол $\gamma = 90^\circ - \delta$ – *угол передачи движения*.

Если сила вредных сопротивлений будет очень велика, может произойти заклинивание и поломка толкателя.

Для уменьшения силы вредных сопротивлений H необходимо уменьшать угол давления δ . Однако, с другой стороны, с уменьшением угла δ возрастают размеры кулачка.

Динамическое условие записывается в виде $\delta \leq \delta_{max}$.

Принимают $\delta_{max} = 30^\circ$ для поступательно движущихся толкателей; $\delta_{max} 450^\circ$ для вращающихся толкателей.

Кинематическому и динамическому условиям удовлетворяют три типа законов движения ведомого звена.

Различают перепад до $\pm \infty$ (жесткий удар) и перепад на конечную величину (мягкий удар). Безударные графики – отсутствие перепадов на них. Законы с жесткими ударами почти не применяются (только для тихоходных механизмов). Законы с мягкими ударами имеют более широкое применение, но они нежелательны для быстроходных механизмов.

В проектных расчетах в целях удобства и специфичности некоторых действий вместо параметра «ускорение» применяют параметр «аналог ускорения». Разница между ними состоит в том, что ускорение – это вторая производная пути по времени, а аналог ускорения – вторая производная пути по углу поворота кулачка, т. е.

$$\dot{a} = \frac{d^2 S}{dt^2}; \quad \dot{a}_\varphi = \frac{d^2 S}{d\varphi^2}, \quad (4.3)$$

где a – ускорение, a_φ – аналог ускорения.

Аналогично по скоростям:

$$v = \frac{dS}{dt}; \quad v_\varphi = \frac{dS}{d\varphi}, \quad (4.4)$$

где v – скорость;

v_φ – аналог скорости.

Установим связь между параметрами.

$$v = \frac{dS}{dt} = \frac{dS}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = v_\varphi \cdot \omega_\kappa, \quad (4.5)$$

где ω_κ – угловая скорость кулачка;

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(v_\varphi \cdot \omega_\kappa)}{dt} = \frac{dv_\varphi}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} \omega_\kappa + \frac{d\omega_\kappa}{dt} \cdot v_\varphi = a_\varphi \cdot \omega_\kappa^2 + v_\varphi \cdot \varepsilon_\kappa, \quad (4.6)$$

где ε_κ – угловое ускорение кулачка.

Для принимаемого обычно $\omega_\kappa = const$ следует $\varepsilon_\kappa = 0$, и тогда из (4.5) и (4.6) получаем:

$$v = v_\varphi \cdot \omega_\kappa; \quad a = a_\varphi \cdot \omega_\kappa^2. \quad (4.7)$$

Приведенные аналитические выражения относятся к поступательному движению толкателя. В кулачковом механизме с коромыслом выходное звено совершает вращательное движение, в связи с чем возможен двоякий подход к аналогам скорости и ускорения коромысла. Формулы (4.3)–(4.7) можно полностью относить к коромыслу, понимая под S , v и a линейные перемещение, скорость, тангенциальное ускорение центра ролика коромысла (что не всегда удобно), но можно подобные преобразования выполнить для углового перемещения, вводя понятия об аналогах угловых скорости и ускорения коромысла:

$$\omega_\varphi = \frac{d\beta}{d\varphi}; \quad \varepsilon_\varphi = \frac{d^2\beta}{d\varphi^2}, \quad (4.8)$$

где β – угол поворота коромысла; ω_φ – аналог угловой скорости коромысла; ε_φ – аналог углового ускорения коромысла.

Соответствующие преобразования идентичны с (4.3)–(4.7) с заменой символов S , v , a на β , ω , ε . Итоговая зависимость (4.7) будет иметь вид

$$\omega = \omega_\varphi \cdot \omega_\kappa; \quad \varepsilon = \varepsilon_\varphi \cdot \omega_\kappa^2. \quad (4.9)$$

Можно отметить, что графики основных и аналоговых параметров согласно (4.9) и (4.7) будут иметь одинаковый вид.

Существуют три группы законов движения, различающихся следующими особенностями:

- движение выходного звена сопровождается **жесткими ударами**;
- движение выходного звена сопровождается **мягкими ударами**;
- движение выходного звена происходит **без ударов**.

Жесткие удары возникают в тех случаях, когда подъем или опускание толкателя происходит с постоянной скоростью (**линейный закон движения** толкателя). На рисунке 4.11 представлены диаграммы пути, скорости и ускорения равномерно поднимающегося толкателя. Как видим, на графике перемещений имеются точки излома. В начале подъема скорость мгновенно возрастает, а в конце подъема – мгновенно падает до нуля. Ускорение толкателя во время подъема равно нулю, а в начале и в конце подъема растет до бесконечности:

$$a = \frac{dV}{dt} = \lim \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V}{0} = \infty.$$

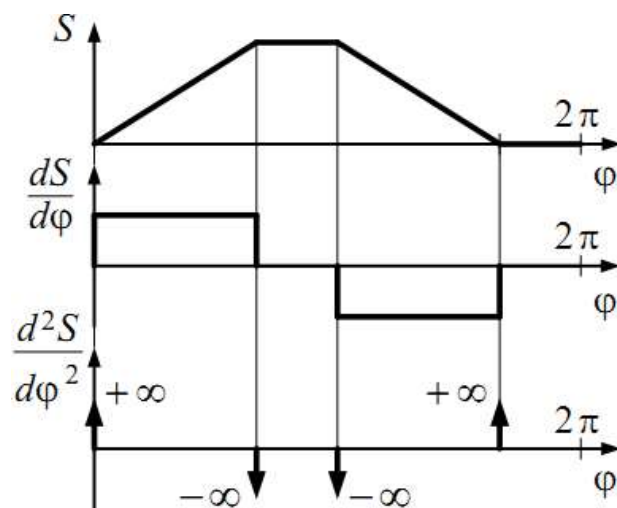


Рисунок 4.11 – Линейный закон движения выходного звена

Бесконечно большим ускорениям будут соответствовать бесконечно большие силы инерции и нагрузки в кинематических парах:

$$\bar{F}_u = -m\bar{a} = -\infty.$$

Таковыми скачкообразными изменениями скоростей и ускорений характеризуются жесткие удары. Бесконечно большие силы не разрушают механизм, потому что в процессе роста сил инерции происходит деформация звеньев, ведущая к изменению закона движения выходного звена, поэтому скорость в начале и конце подъема будет изменяться на самом деле не мгновенно, а лишь очень быстро, а ускорения будут хотя и очень большими, но конечных значений. Поэтому практически все же существуют механизмы, работающие по такому закону движения. Их применяют при малых скоростях и передаваемой энергии и в тех случаях, когда по условиям технологического процесса необходимо движение толкателя с постоянной скоростью.

Мягкие удары возникают при изменении ускорения толкателя мгновенно, но до конечных значений (закон **постоянного** ускорения, или **параболический** закон движения (рис. 4.12, а); **косинусоидальный** закон изменения ускорения (рис 4.12, б).

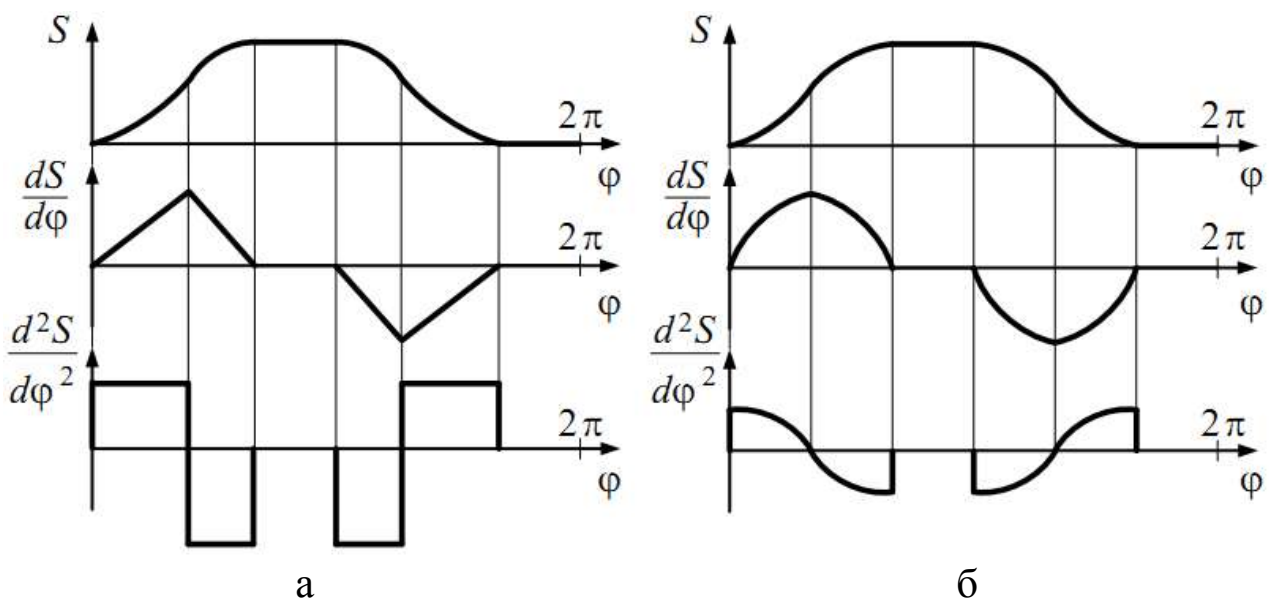


Рисунок 4.12 – Закон постоянного ускорения движения толкателя

При параболическом законе скорость толкателя изменяется по закону прямой, причем она равномерно возрастает (рис. 4.12, а), затем равномерно убывает. Кривая зависимости пути от времени очерчена двумя квадратными парабололами, плавно переходящими одна в другую (так называемая сопряженная парабола).

Мгновенное изменение ускорения выходного звена вызывает мягкие удары, вследствие чего этот закон не применяют при высоких скоростях, так как он вызывает быстрый износ рабочих поверхностей, шум, вибрации и толчки.

При косинусоидальном законе движения толкателя кривые перемещения и скорости непрерывны (рис. 4.12, б). Кривая ускорения в начале и конце подъема скачкообразно изменяется, что приводит к мягким ударам и при значительных скоростях вызывает шум, вибрации и повышенный износ. Закон применяют при умеренных скоростях движения звеньев.

Примеры законов движения с *отсутствием ударов*: *синусоидальный* закон (рис. 4.13, а) и *трапецеидальный* закон изменения ускорения (рис. 4.13, б).

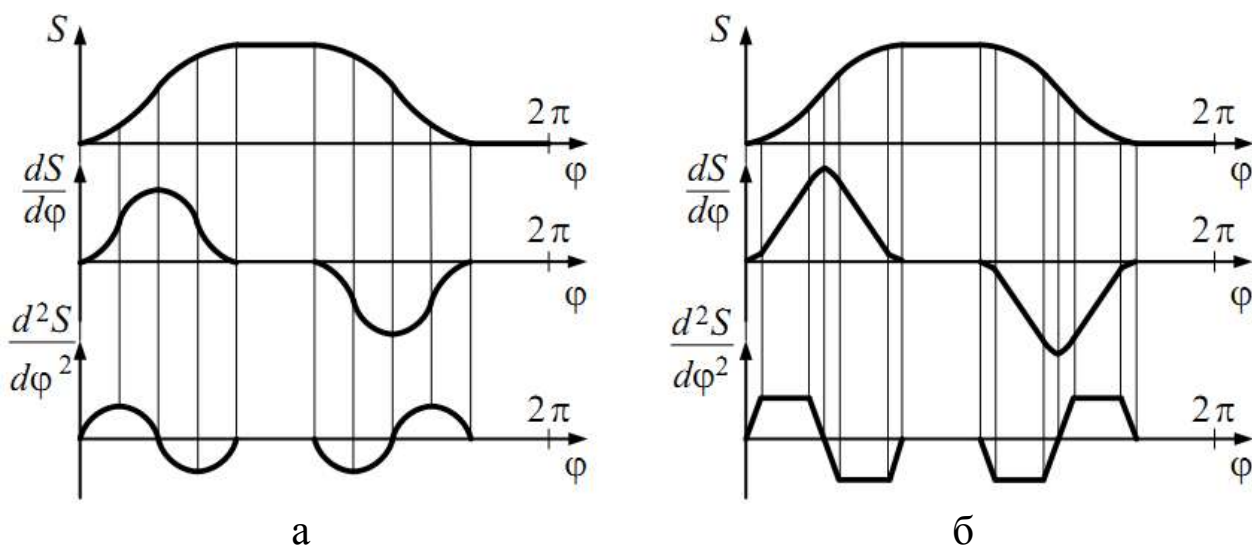
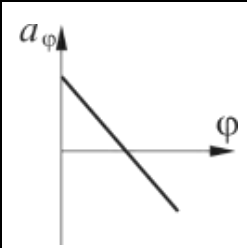
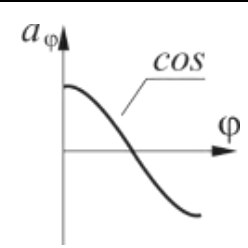
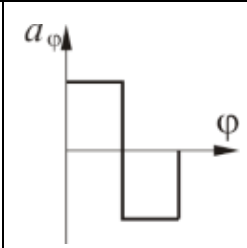
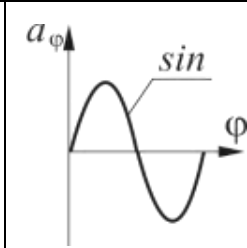
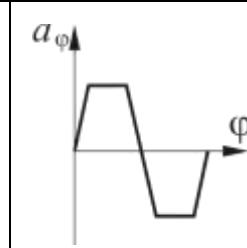


Рисунок 4.13 – Безударные законы движения выходного звена

При синусоидальном законе изменения ускорения кривые перемещения скорости и ускорения непрерывны. Мягкие и жесткие удары отсутствуют, вибрации износ и шум минимальные. Закон можно применять в быстроходных кулачковых механизмах.

В таблице 4.1 приведены графики законов – аналог ускорения движения толкателя в функции угла поворота кулачка, наиболее простые, часто употребляемые и используемые в курсовом проектировании.

Таблица 4.1 – Графики законов движения выходного звена кулачкового механизма в функции угла поворота кулачка

Виды диаграмм аналога ускорения				
Мягкие удары			Безударное движение	
				

4.6. Построение кинематических диаграмм движения выходного звена

Как указывалось ранее, при проектировании кулачковых механизмов чаще всего в качестве исходной задают диаграмму аналога ускорения выходного звена. В случае поступательного движения толкателя строят диаграмму аналога ускорения в виде $a_\varphi = \frac{d^2 S}{d\varphi^2} = f(\varphi)$, в

случае вращательного движения коромысла строят диаграмму в виде $\varepsilon_\varphi = \frac{d^2 \beta}{d\varphi^2} = f(\varphi)$. Для построения профиля кулачка необходимо знать зависимости $S = f(\varphi)$ или $\beta = f(\varphi)$, которые получают в процессе двойного графического интегрирования исходных диаграмм (будет рассмотрено далее). Для механизмов с поступательно движущимся толкателем получают диаграммы $a = f(\varphi)$, $v = f(\varphi)$ и $S = f(\varphi)$, для механизмов с качающимся толкателем – диаграммы $\varepsilon = f(\varphi)$, $\omega = f(\varphi)$ и $\beta = f(\varphi)$.

4.6.1. Определение масштабных коэффициентов кинематических диаграмм

1. Масштабный коэффициент оси угла поворота кулачка:

$$\mu(\varphi) = \frac{\varphi_P}{L} = \frac{\varphi_U + \varphi_{ВВ} + \varphi_C}{L} \text{ рад/мм}, \quad (4.10)$$

где φ_P – рабочий угол поворота кулачка, рад;

L – отрезок оси абсцисс, соответствующий рабочему углу поворота кулачка, мм;

φ_U – фазовый угол удаления;
 φ_{BV} – фазовый угол верхнего выстоя;
 φ_C – фазовый угол сближения.

2. Масштабный коэффициент оси перемещения выходного звена:

– для механизмов с поступательно движущимся толкателем, м/мм:

$$\mu_S = \frac{h}{H}; \quad (4.11)$$

– для механизмов с качающимся толкателем, рад/мм:

$$\mu_\beta = \frac{\beta_{max}}{H}, \quad (4.12)$$

где h – задаваемый ход толкателя, м;

β_{max} – размаха коромысла, рад;

H – наибольшая ордината графика перемещений, мм (рис. 4.14).

3. Масштабный коэффициент оси аналога скорости:

– для механизмов с поступательно движущимся толкателем, м/мм:

$$\mu_v = \frac{\mu_S}{\mu_\varphi h_2}; \quad (4.13)$$

– для механизмов с качающимся толкателем, рад/мм:

$$\mu_\omega = \frac{\mu_\beta}{\mu_\varphi h_2}, \quad (4.14)$$

где h_2 – полюсное расстояние, мм, выбранное при втором графическом интегрировании диаграммы аналога ускорения толкателя.

4. Масштабный коэффициент аналога ускорения:

– для механизмов с поступательно движущимся толкателем, м/мм:

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_\varphi h_1}; \quad (4.15)$$

– для механизмов с качающимся толкателем, рад/мм:

$$\mu_\varepsilon = \frac{\mu_\omega}{\mu_\varphi h_1}, \quad (4.16)$$

где h_1 – произвольно выбранное полюсное расстояние, мм, при первом интегрировании исходной диаграммы аналога ускорения толкателя.

Исходную диаграмму $a = f(\varphi)$ или $\varepsilon = f(\varphi)$ строят в произвольном масштабе с учетом задаваемых фазовых углов. Для большей наглядности амплитудные значения диаграммы аналога ускорения a_1 и a_2 (рис. 4.14) должны быть достаточно большими, но не выходить за пределы участков, отведенных для этих диаграмм на чертеже. Рекомендуемые значения a_1 и a_2 – 60...80 мм.

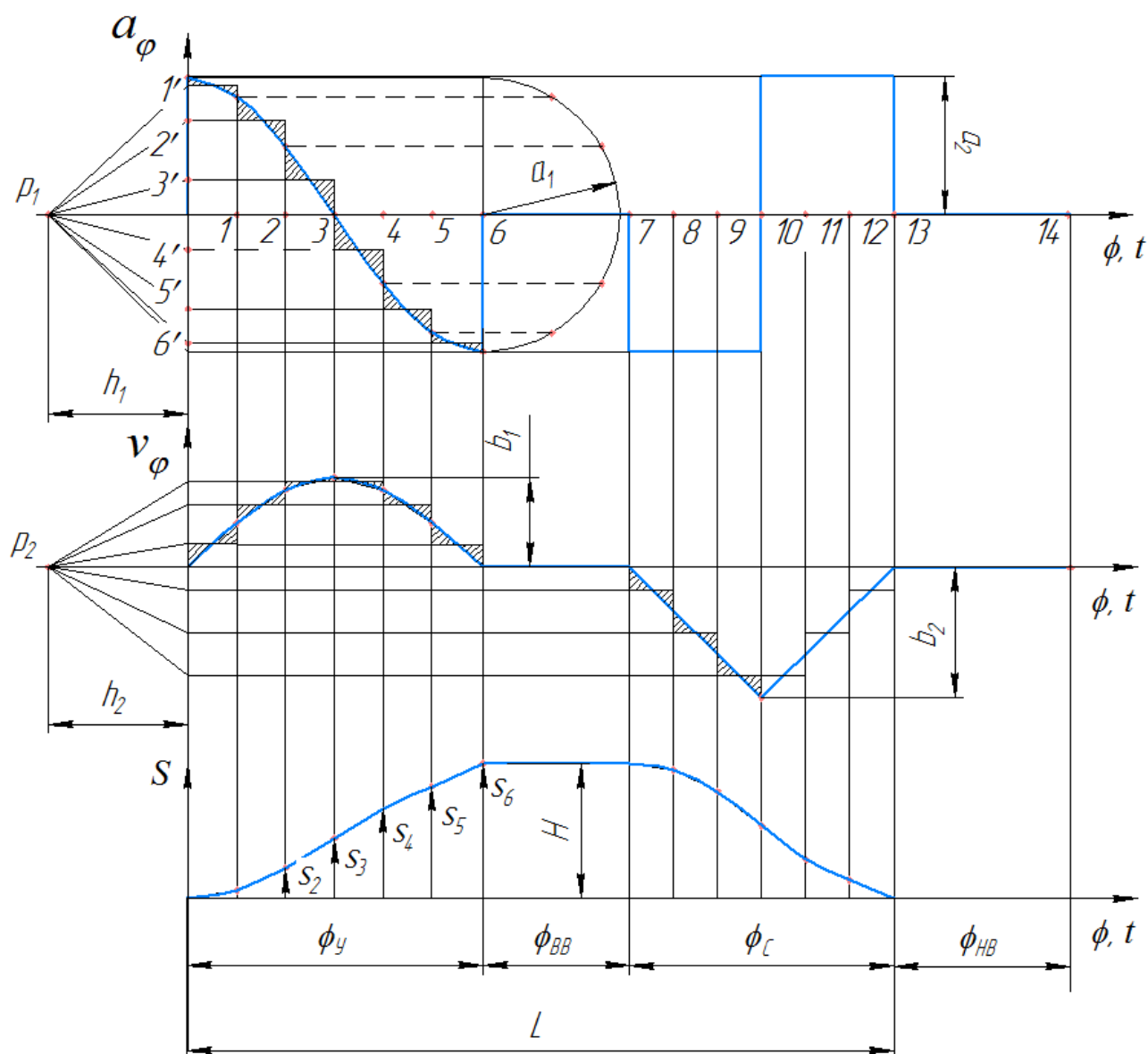


Рисунок 4.14 – Кинематические диаграммы движения выходного звена

В случае, когда фазовые углы неодинаковы, $\varphi_C \neq \varphi_Y$, и диаграммы аналога ускорения на фазовых углах заданы различными законами, для нахождения амплитудных значений диаграмм аналога ускорения и аналога скорости используют следующие выражения:

– амплитуды диаграммы аналога ускорений:

$$\text{на фазе удаления: } a_1 = \varepsilon_1 \frac{h}{\varphi_Y^2}; \quad (4.17)$$

$$\text{на фазе сближения: } a_2 = \varepsilon_2 \frac{h}{\varphi_C^2}; \quad (4.18)$$

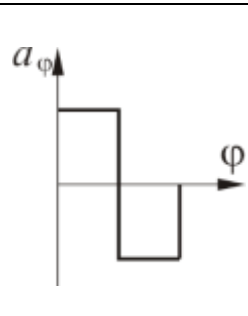
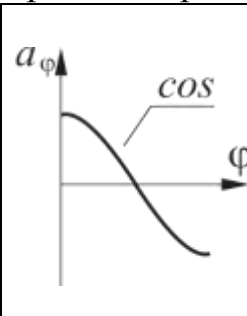
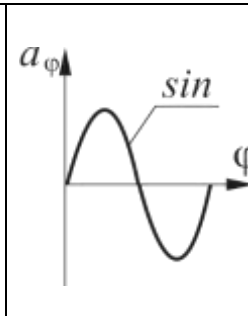
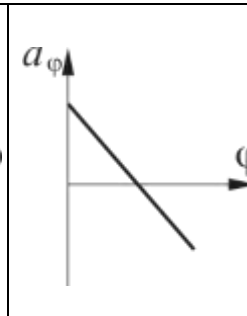
– амплитуды диаграммы аналога скорости:

$$\text{на фазе удаления: } b_1 = \delta_1 \frac{h}{\varphi_Y}; \quad (4.19)$$

$$\text{на фазе сближения: } b_2 = \delta_2 \frac{h}{\varphi_C}. \quad (4.20)$$

Величины безразмерных коэффициентов аналога ускорения ε_1 и ε_2 и аналога скорости δ_1 и δ_2 , входящие в эти формулы, зависят от вида заданной диаграммы ускорения. Значения коэффициентов для некоторых наиболее распространенных видов диаграмм приведены в таблице 4.2.

Таблица 4.2 – Безразмерные коэффициенты: ε – аналога ускорения и δ – аналога скорости

Безразмерные коэффициенты	Вид диаграммы перемещения выходного звена			
				
ε	4	$\pi^2/2$	2π	6
δ	2	$\pi/2$	2	$3/2$

4.6.2. Построение диаграммы аналога ускорения выходного звена кулачкового механизма при постоянном законе

На оси φ откладываются углы φ_Y , φ_{BB} , φ_C (φ_{HB} – «пустая» часть графика обычно не показывается) с соблюдением пропорции (рис. 4.15):

$$l\varphi_Y : l\varphi_{BB} : l\varphi_C = \varphi_Y : \varphi_{BB} : \varphi_C, \quad (4.21)$$

где $l\varphi_Y$ и т. д. – длины отрезков по оси φ , соответствующие фазовым углам.

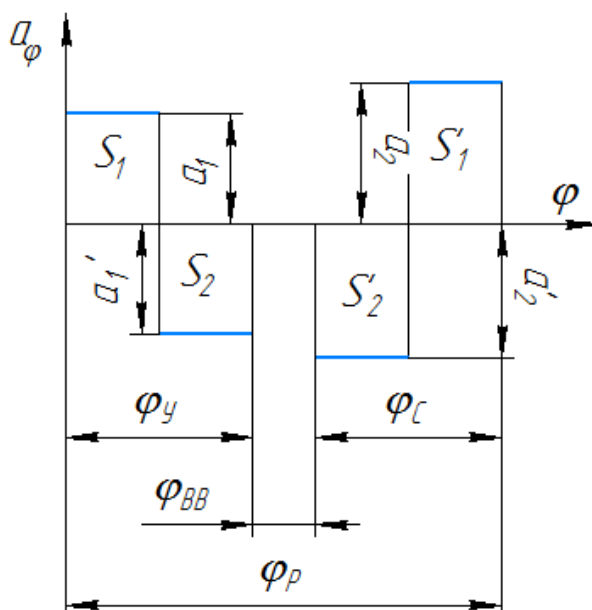


Рисунок 4.15 – Диаграмма аналога ускорения толкателя при постоянном законе

Длина, соответствующая рабочему углу φ_P поворота кулачка $l\varphi_P = l\varphi_Y + l\varphi_{BB} + l\varphi_C$, выбирается произвольно – по размерам чертежа (для формата А1 можно брать $l\varphi_P = 200\text{--}240$ мм).

Высоту прямоугольника a_1 выбирают произвольно. Высоту a'_1 назначают уже в зависимости от принятой a_1 по закономерности: площадь положительной и отрицательной частей графика на φ_Y должны быть равны. При равенстве оснований фигур на положительной и отрицательной частях диаграммы a_φ из этого следует $a_1 = a'_1$. В случае $\varphi_C = \varphi_Y$ диаграмма a_φ на участке φ_C должна быть симметрична диаграмме на участке φ_Y , т. е. $a_1 = a_2$, $a'_1 = a'_2$.

При $\varphi_C \neq \varphi_Y$ (что может быть обосновано особенностями технологического процесса) рекомендуется a_2 и a'_2 определять из соотношения

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{\varphi_Y^2}{\varphi_C^2}. \quad (4.22)$$

Соотношение (4.22) применимо только в случае идентичности законов a_φ на участках φ_Y и φ_C .

4.6.3. Построение диаграммы аналога ускорения выходного звена кулачкового механизма при синусоидальном законе

Для построения диаграммы аналога ускорения, изменяющегося по синусоидальному закону, участки φ_Y и φ_C оси φ делят на n равных частей (рис. 4.16), как правило, $n = 8$, и проводят ординатные линии. Из начала координат и из последней точки участка φ_B проводятся вспомогательные полуокружности с радиусами, равными высотам a_1 и a_2 с произвольным выбором одной из них и вычислением другой по соотношению (4.22) (при $\varphi_C \neq \varphi_Y$). Полуокружности делят на $n/2$ равных частей и из точек деления проводятся абсциссные линии до пересечения с соответствующими ординатами участков φ_Y и φ_C – получают точки графика $a_\varphi = f(\varphi)$, показанного на рисунке 4.16.

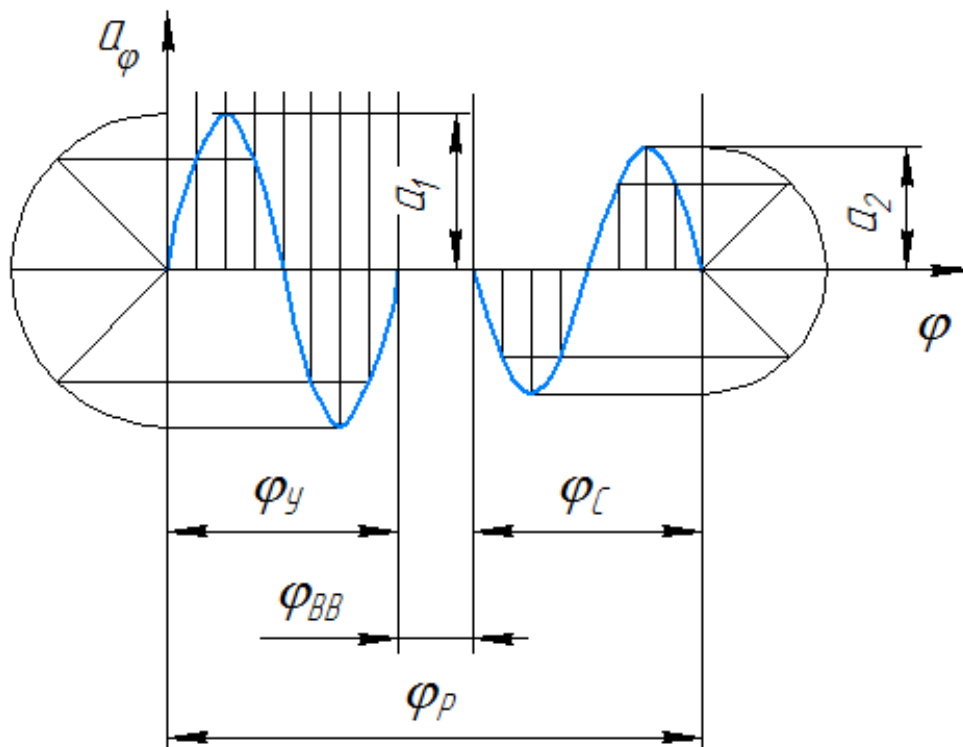


Рисунок 4.16 – Диаграмма аналога ускорения толкателя при синусоидальном законе

4.6.4. Построение диаграммы аналога ускорения выходного звена кулачкового механизма при косинусоидальном законе

Построение диаграммы аналога ускорения, изменяющегося по косинусоидальному закону, осуществляется также с помощью вспомогательной окружности.

Участки φ_U и φ_C на оси φ делят также на n равных частей (рис. 4.17), как правило, $n = 8$, и проводят ординатные линии. Из начала координат и из последней точки участка φ_C проводятся вспомогательные полуокружности с радиусами, равными высотам a_1 и a_2 с произвольным выбором одной из них и вычислением другой по соотношению (4.22) (при $\varphi_C \neq \varphi_U$). Полуокружности делят на $n/2$ равных частей и из точек деления проводятся абсциссные линии до пересечения с соответствующими ординатами участков φ_U и φ_C – получают точки графика $a_\varphi = f(\varphi)$, как показано на рисунке 4.17.

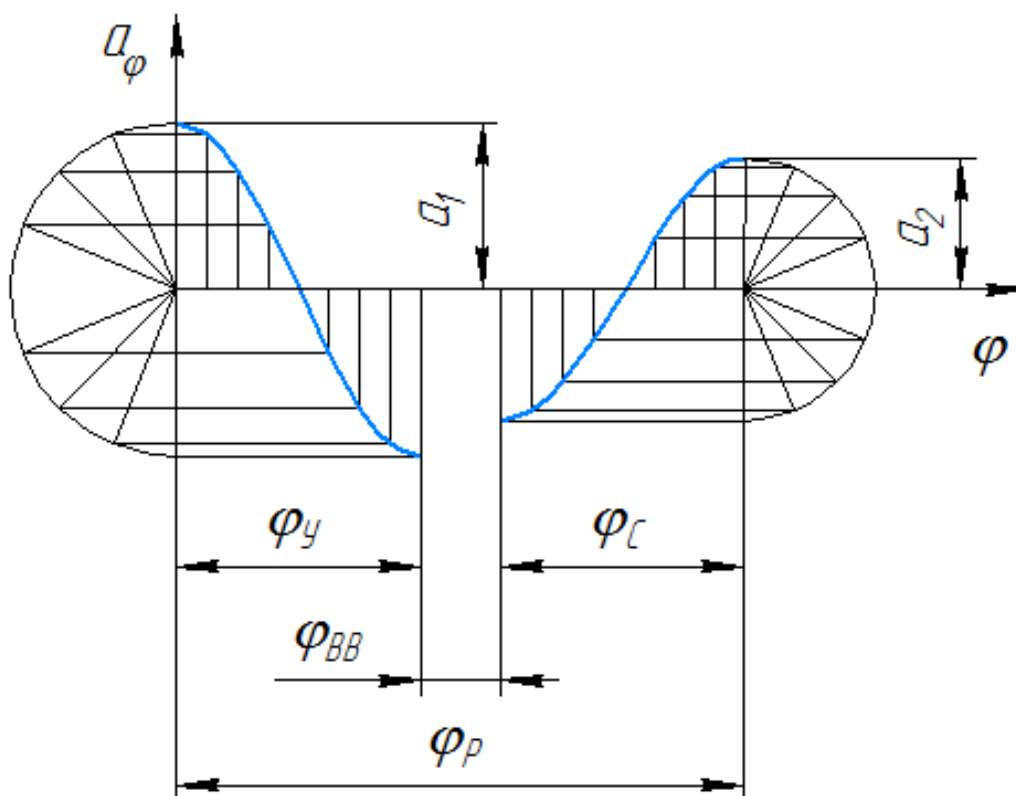


Рисунок 4.17 – Диаграмма аналога ускорения толкателя при косинусоидальном законе

4.6.5. Построение диаграмм аналога скорости и перемещения методом графического интегрирования

Для построения диаграммы аналога скорости $v_\varphi = f(\varphi)$ нужно выполнить интегрирование диаграммы аналога ускорения $a_\varphi = f(\varphi)$, построение которого было рассмотрено в п. 4.6.2–4.6.4 (взяв общий случай $\varphi_C \neq \varphi_V$).

Применяем метод графического интегрирования как действие, обратное графическому дифференцированию методом хорд, что было уже реализовано в п. 2.3.3.

Рассмотрим алгоритм метода графического интегрирования.

1. Под диаграммой аналога ускорения проводим координатные оси v_φ – φ для диаграммы аналога скорости (см. рис. 4.15).

2. На оси φ диаграммы аналога ускорения a_φ делим интервал фазы удаления на n равных частей ($n = 6, 8, \dots$) и нумеруем точки деления 1, 2, 3 и т. д.

3. Через данные точки проводим прямые, параллельные оси ординат, так, чтобы они пересекали ось абсцисс диаграммы аналога скорости v_φ .

4. Эти прямые разбивают диаграмму аналога ускорения a_φ на криволинейные трапеции. Каждая из этих криволинейных трапеций заменяется равновеликим по площади прямоугольником. Четвертую сторону этого прямоугольника проводим параллельно оси абсцисс так, чтобы добавленная площадка равнялась площадке отброшенной (на рисунке 4.14 названные площадки заштрихованы).

5. Построенные таким образом четвертые стороны равновеликих прямоугольников продолжаем до пересечения с осью ординат соответственно в точках 1', 2', 3' и т. д.

6. На отрицательном направлении оси абсцисс диаграммы a_φ отмечаем на полюсном расстоянии h_1 от начала координат точку p_1 – полюс интегрирования. Проводим отрезки p_11' , p_12' , p_13' и т. д.

7. Через начало координат диаграммы аналога скорости v_φ на участке 0–1 изображаем отрезок $0-1''$, параллельный отрезку p_11' . На продолжении отрезка $0-1''$ на участке 1–2 изображаем отрезок $1''-2''$, параллельный отрезку p_12' и т. д. до участка 5–6. Точки 0, 1'', 2'', ..., 6'' соединяем плавной кривой, которая представляет собой искомую диаграмму аналога скорости v_φ .

Диаграмму перемещения толкателя $S(\varphi)$ получаем в результате графического интегрирования диаграммы v_φ , используя полюсное расстояние h_2 .

Полюсные расстояния h_1 и h_2 выбираются произвольно, на конечный результат это не влияет, но значения длин h_1 и h_2 непосредст-

венно отражаются на ординатных размерах графиков v_φ и S : они могут оказаться или чрезмерно большими (линии соседних графиков могут пересекаться или даже не вмещаться в отведенное поле чертежа), или чрезмерно малыми (нечеткость построений, плохая точность).

4.6.6. Построение диаграмм аналога скорости и перемещения геометрическими приемами

Для некоторых законов аналога ускорения $a_\varphi = f(\varphi)$ графики аналога скорости и перемещения толкателя можно получить несколько проще, чем методом графического интегрирования. При этом графики получаются теоретически точными, как и при их построении по аналитическим зависимостям, в отличие от графического интегрирования, которое, в сущности, является методом приближения. Кроме того, графики могут строиться независимо друг от друга.

Рассмотрим построения указанных диаграмм для различных законов распределения диаграммы аналога ускорения. Общими условиями для всех законов является следующее:

- графики $a_\varphi = f(\varphi)$ для всех законов строятся по описанию в п. 4.6.2–4.6.4;
- участки φ_y и φ_c оси φ делятся на n равных частей (оптимально $n = 8$);
- по точкам деления проводятся ординатные линии для всех систем координат.

Построение диаграмм аналога скорости и перемещения при постоянном законе ускорения

Графиком аналога скорости $v_\varphi = f(\varphi)$ при распределении аналога ускорения по постоянному закону является равнобедренный треугольник с амплитудными значениями графика аналога скорости b (рис. 4.18), которые определяются по формулам (4.19) и (4.20).

Графиком перемещения выходного звена $S = f(\varphi)$ при распределении аналога ускорения по постоянному закону является квадратичная парабола, которая строится следующим образом:

- параллельно оси S диаграммы $S = f(\varphi)$ на участке, где происходит смена знаков диаграммы аналога ускорения $a_\varphi = f(\varphi)$, откладываем отрезок $4-a$, равный максимальному ходу толкателя H , в миллиметрах, который определяется с учетом масштабного коэффициента перемещений μ_S по формуле (4.11);

- отрезок $4-a$ делится на n равных частей;
- выделяется срединная точка b этого отрезка;
- полученные точки на участке $4-b$ соединяем лучами с началом координат, а на участке ba с концом ординаты $\delta-\delta'$ (равную H);
- пересечение лучей с вспомогательными прямыми, проведенными через точки $1, 2, \dots, n$, выявляет точки графика перемещений $S = f(\varphi)$. Распределение точек ясно из рисунка 4.18;
- соединяя точки плавной кривой, получаем диаграмму перемещения выходного звена $S = f(\varphi)$.

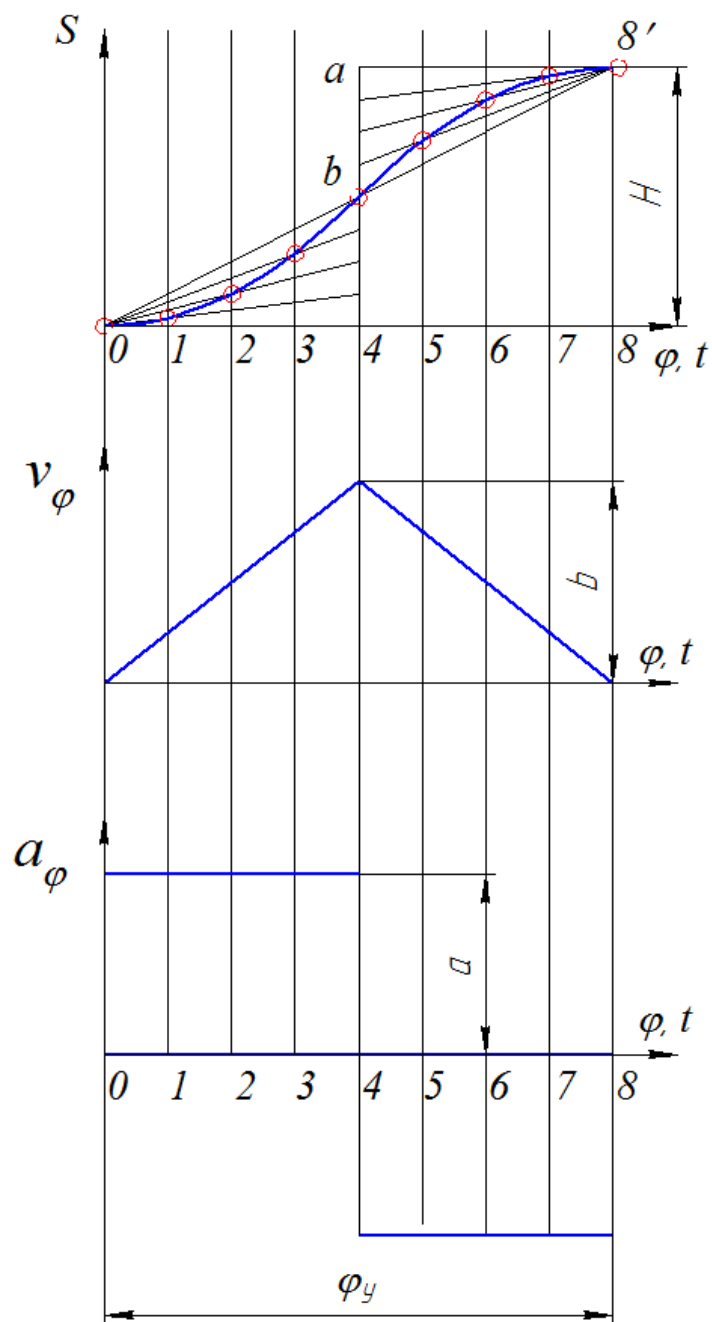


Рисунок 4.18 – Построение диаграмм аналога скорости и перемещения при постоянном законе распределения ускорения

Построение диаграмм аналога скорости и перемещения при синусоидальном законе распределения ускорения

Исходными данными для построения диаграмм аналога скорости и перемещения при синусоидальном законе распределения ускорения является диаграмма аналога ускорения, представленная на рисунке 4.16, и величины амплитудных значений диаграмм: аналог скорости b , определяемые по формулам (4.19) и (4.20), и перемещения толкателя H .

Графиком аналога скорости $v_\varphi = f(\varphi)$ при распределении аналога ускорения по синусоидальному закону является косинусоида, собственные оси которой сдвинуты от координатной оси φ на половины высот b_1 и b_2 по фазам φ_U и φ_C (соответственно «вверх» и «вниз») (рис. 4.19). Построив полуокружности с радиусами-полувысотами b_1 и b_2 и разделив их на $n/2$ равных частей, строим косинусоиды графика $v_\varphi = f(\varphi)$. Построение ясно из рисунка 4.19.

График $v_\varphi = f(\varphi)$ на фазе сближения будет «перевернутой» копией по отношению к фазе удаления.

График перемещений толкателя $S = f(\varphi)$ строится как разность линейной и синусной функций следующим образом:

- в конце фазы φ_U откладывается отрезок $0-8'$, равный максимальному перемещению толкателя H , в миллиметрах, который определяется с учетом масштабного коэффициента перемещений μ_S по формуле (4.11);

- из начала координат диаграммы $S = f(\varphi)$ проводится вспомогательная окружность радиусом $r = H/2\pi$. В связи с относительно малым размером r целесообразно назначать H возможно бóльшим;

- полуокружность делится на $n/2$ равных частей и точки деления проектируются на ось ординат S (получение синусных ординат);

- из точек, спроецированных на ось S , проводятся линии, параллельные прямой $0-8'$ до пересечения с соответствующими ординатами графика (точки $1', 2', \dots, 7'$);

- соединяя точки плавной кривой, получаем диаграмму перемещения выходного звена $S = f(\varphi)$.

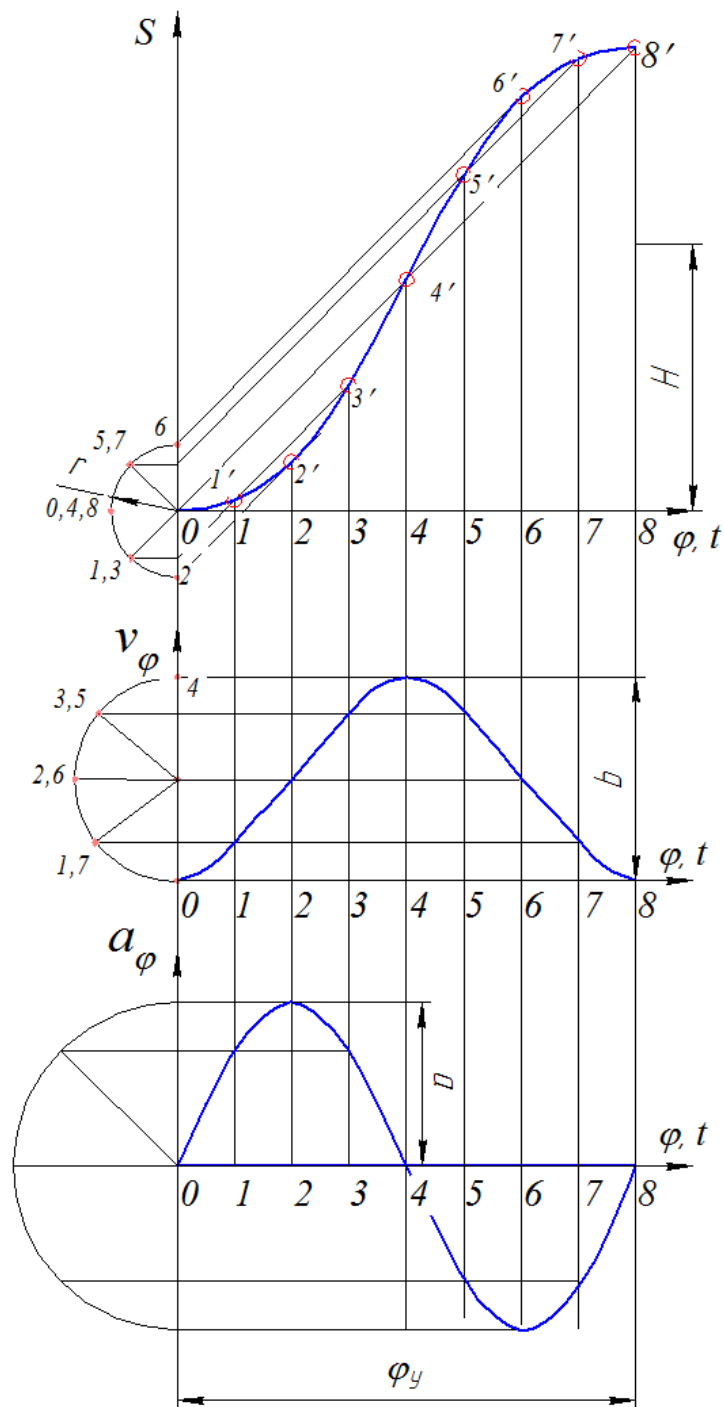


Рисунок 4.19 – Построение диаграмм аналога скорости и перемещения при синусоидальном законе распределения ускорения

Построение диаграмм аналога скорости и перемещения при косинусоидальном законе распределения ускорения

Исходными данными для построения диаграмм аналога скорости и перемещения при косинусоидальном законе распределения ускорения является диаграмма аналога ускорения, представленная на рисунке 4.17, и величины амплитудных значений диаграмм: аналоги

скорости b , определяемые по формулам (4.19) и (4.20), и перемещения толкателя H .

Графиком аналога скорости $v_\varphi = f(\varphi)$ при распределении аналога ускорения по синусоидальному закону является полусинусоида, которая строится с помощью четверти-окружности с радиусом, равным амплитудному значению диаграммы аналога скорости b . Дуги четверть-окружности делятся на $n/2$ равных частей и из точек деления проводятся абсциссные линии до пересечения с соответствующими ординатами участка φ_y . Распределение точек ясно из рисунка 4.20.

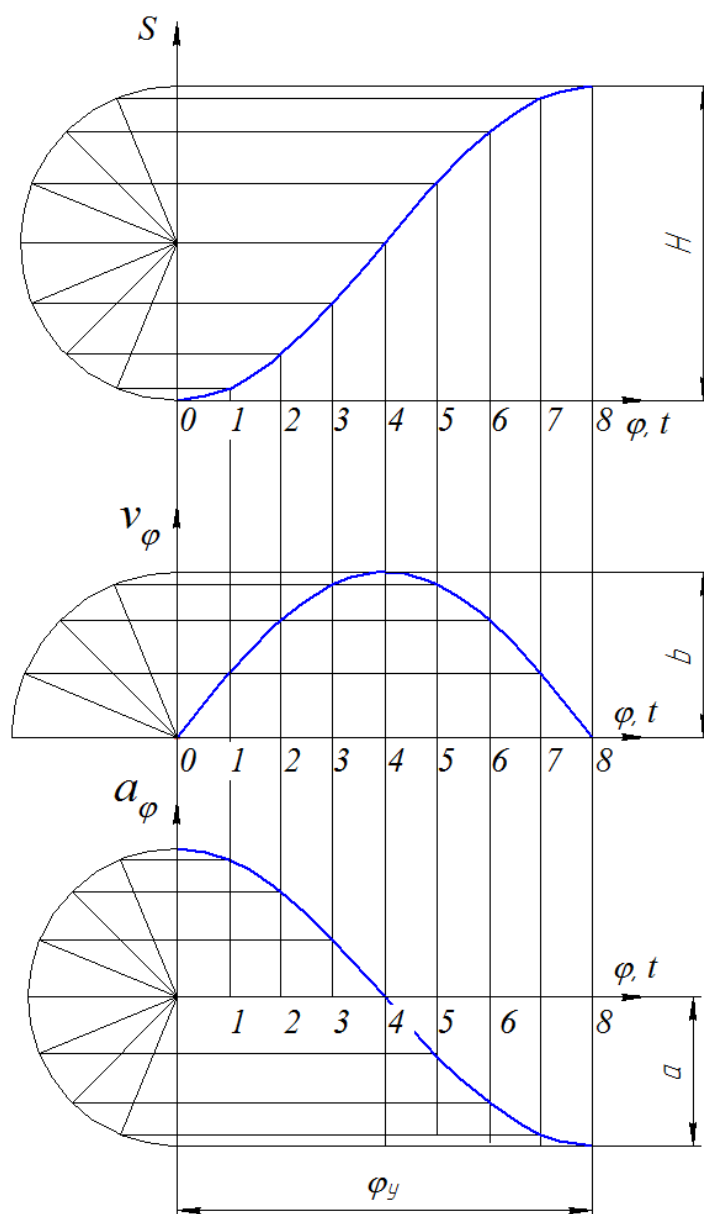


Рисунок 4.20 – Построение диаграмм аналога скорости и перемещения при косинусоидальном законе распределения ускорения

График $v_\varphi = f(\varphi)$ на фазе сближения будет «перевернутой» копией по отношению к фазе удаления.

Графиком перемещений толкателя $S = f(\varphi)$ в данном случае будет косинусоида, собственная ось которой смещена от оси φ на величину $H/2$, где H – максимальный ход толкателя в миллиметрах, который определяется с учетом масштабного коэффициента перемещений μ_s по формуле (4.11). Построив полуокружность на ординатной оси S с радиусом $H/2$, как показано на рис. 4.20, и разделив ее на n равных частей, проводим из точек деления абсциссные линии до пересечения с соответствующими ординатами участка φ_y . Соединяя точки плавной кривой, получаем диаграмму перемещения выходного звена $S = f(\varphi)$.

4.7. Угол давления и угол передачи движения в кулачковых механизмах

Сила P , действующая на толкатель со стороны кулачка, направлена без учета трения по общей нормали $N-N$ к профилям кулачка и ролика (рис. 4.21).

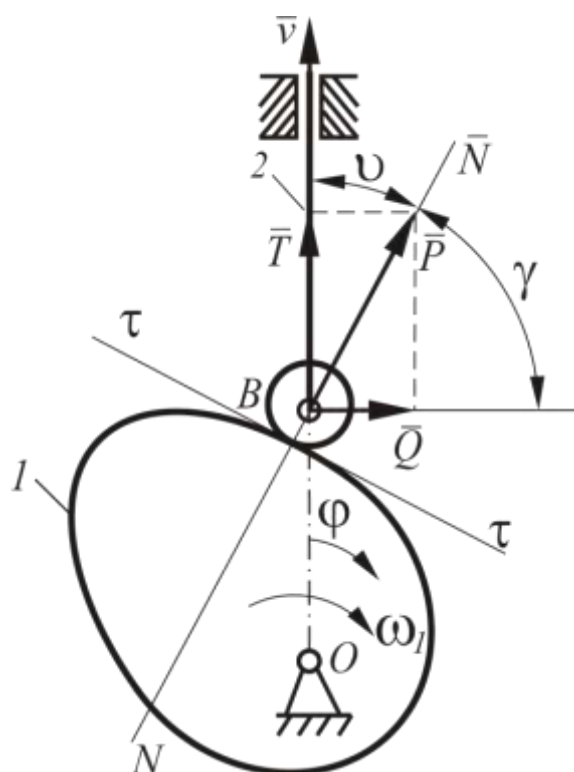


Рисунок 4.21 – Определение угла давления и угла передачи движения в кулачковом механизме

Угол давления ν – острый угол между направлением силы P , действующей на толкатель со стороны кулачка, и направлением перемещения толкателя.

Разложим силу P на две составляющие: по направлению движения толкателя и перпендикулярно этому направлению. Сила T является *полезной силой*, вызывающей подъем толкателя. Сила Q изгибает толкатель, прижимая его к направляющим, вызывает силы трения, которые могут достичь такого значения, что механизм при подъеме толкателя может остановиться (явление заклинивания). Очевидно, что чем больше сила T и меньше сила Q , тем лучше работает механизм.

Угол давления – величина переменная, зависящая от угла поворота кулачка φ . При проектировании кулачковых механизмов необходимо, чтобы максимальные значения угла давления не превышали определенной величины ν_{max} . Однако следует иметь в виду, что с уменьшением ν_{max} увеличиваются габаритные размеры кулачкового механизма.

На практике для механизмов с поступательно движущимся толкателем принимают при удалении $\nu_{max} = 30^\circ$. Для механизмов с качающимся толкателем рекомендуется $\nu_{max} = 45^\circ$ (в таких механизмах трение во вращательной паре меньше, чем в поступательной паре). Рекомендуемые значения угла ν_{max} можно обеспечить правильным выбором положения центра вращения кулачка O .

Иногда при проектировании задают не угол давления ν_{max} , а минимальный угол передачи движения от кулачка к толкателю $\gamma_{min} = 90^\circ - \nu_{max}$ (рис. 4.21).

Заметим, что плоский толкатель может работать только по выпуклому кулачку во всех его точках. В таких механизмах углы давления равны нулю, а углы передачи движения $\gamma_{min} = 90^\circ$ в любом положении кулачка и толкателя.

Рассмотрим определение углов давления в кулачковых механизмах при известных положении центра вращения кулачка O и законе движения толкателя

4.7.1. Определение углов давления в кулачковом механизме с возвратно-поступательно движущимся толкателем

Схема такого кулачкового механизма представлена на рисунке 4.22, *а*. Заменяем высшую кинематическую пару низшими и изобразим схему заменяющего механизма (рис. 4.22, *б*).

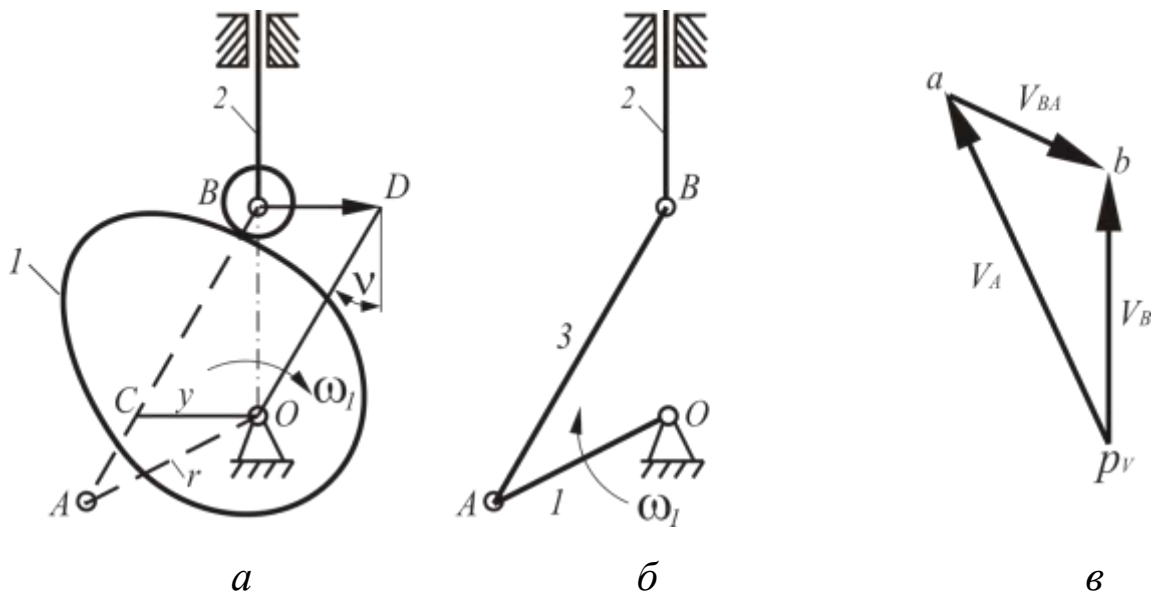


Рисунок 4.22 – Определение углов давления в кулачковом механизме с возвратно-поступательно движущимся толкателем

Построим для заменяющего механизма план скоростей (рис. 4.22, в), используя уравнение

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}. \quad (4.23)$$

В этом уравнении $v_A = \omega_1 l_{OA}$. Вектор этой скорости перпендикулярен OA , вектор v_B направлен вертикально, а вектор v_{BA} – перпендикулярно оси фиктивного звена AB .

Проведем через центр кулачка O (рис. 4.22, а) горизонталь до пересечения ее с прямой AB в точке C , обозначив отрезок OC буквой y . Треугольник OAC подобен треугольнику $p_v ab$ плана скоростей по трем взаимно перпендикулярным сторонам. Из их подобия получаем

$$\frac{y}{r} = \frac{v_B}{v_A},$$

НО

$$v_A = \omega_1 l_{OA} = \omega_1 r, \quad v_B = \frac{dS}{dt},$$

ПОЭТОМУ

$$\frac{y}{r} = \frac{dS}{\omega_1 r dt} = \frac{dS}{rd\varphi},$$

так как $\omega_1 dt = d\varphi$. Сократив в этом выражении величину r , получаем

$$y = \frac{dS}{d\varphi} \text{ – аналог скорости толкателя,}$$

который легко определить для любого угла φ , продифференцировав заданную зависимость $S = S(\varphi)$.

Отложим отрезок y от точки B по горизонтали в масштабе чертежа, соединим точку D с центром O и проведем вниз через точку D перпендикуляр к BD . Как видим, луч OD составляет с этим перпендикуляром угол давления ν . Поскольку положение механизма выбрано совершенно произвольное, утверждение справедливо для любого положения механизма.

Если для всех положений кулачка S_i определить аналоги скорости толкателя y_i , то легко построить диаграмму зависимости скорости от перемещения $S - \frac{dS}{d\varphi}$ и по ней проследить за изменением угла давления (рис. 4.23).

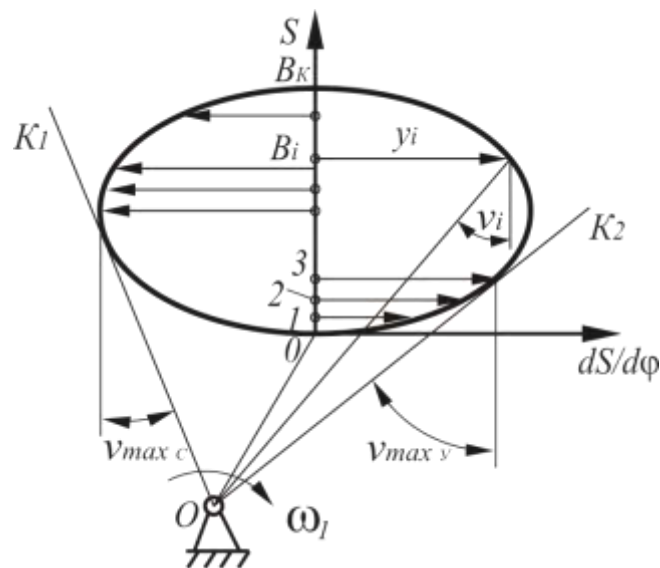


Рисунок 4.23 – Диаграмма изменения углов давления в кулачковом механизме с поступательно движущимся толкателем

Наибольшие углы давления в фазах удаления $\nu_{max y}$ и сближения $\nu_{max c}$ будут там, где лучи OK_1 и OK_2 касаются кривой.

Заметим, что аналоги скоростей, соответствующие удалению толкателя, откладываются в одну сторону, а соответствующие возвращению – в другую. Направление отрезков y_i определяют, поворачивая вектор абсолютной скорости толкателя на угол 90° в сторону вращения кулачка.

4.7.2. Определение углов давления в кулачковом механизме с качающимся толкателем

Исходными данными для определения углов давления в кулачковом механизме с качающимся толкателем являются угловая скорость кулачка ω_1 , закон движения толкателя $\psi = \psi(\varphi)$, расстояния между центрами B , C и O (рис. 4.24).

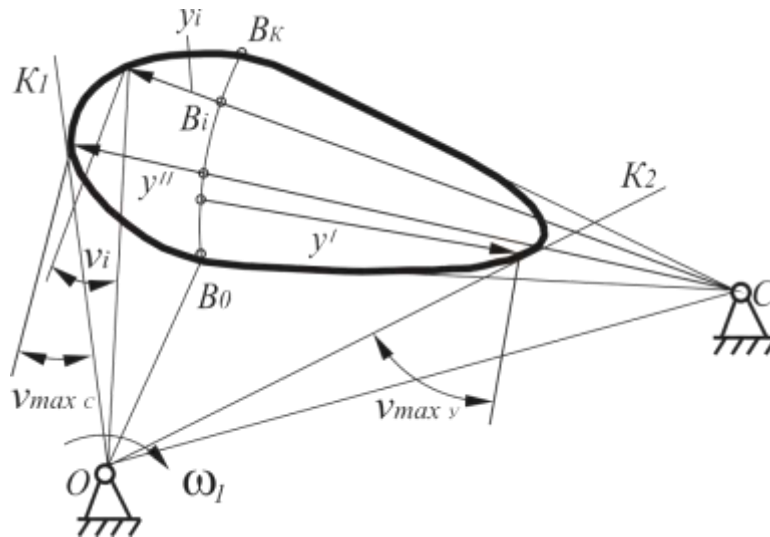


Рисунок 4.24 – Диаграмма изменения углов давления в кулачковом механизме с качающимся толкателем

При вращении толкателя путь S , проходимый точкой B , связан с углом поворота толкателя ψ зависимостью $S = l\psi$ (здесь $l = BC$ – расстояние между центрами B и C). Тогда аналоги скорости точки S определяем по формуле

$$y = \frac{dS}{d\varphi} = l \frac{d\psi}{d\varphi}. \quad (4.24)$$

В соответствии с диаграммой $\psi(\varphi)$ откладываем углы ψ_i и изображаем положения толкателя CB_i . Вычисляем аналоги линейной скорости толкателя:

$$y_i = l \left(\frac{d\psi}{d\varphi} \right)_i; \quad (4.25)$$

откладываем их в масштабе чертежа от точек B , вдоль оси толкателя к центру его вращения в фазе удаления и от центра вращения в фазе возвращения. Концы отрезков соединяем плавной кривой. Соединив конец отрезка, изображающего любой аналог скорости y_i с центром вращения кулачка (точкой O) и восстановив перпендикуляр к этому отрезку, находим угол давления ν_i в любом положении.

Проведя касательные к диаграмме, проходящие через центр вращения кулачка, находим положение соответствующих отрезков, изображающих аналоги скорости y' и y'' в фазах удаления и возвращения, которые с некоторым приближением можно считать наибольшими на обеих фазах. Проведя перпендикуляры в концах названных отрезков и соединив эти концы с центром вращения кулачка, находим максимальные углы давления в фазе удаления $\nu_{max\ y}$ и в фазе возвращения $\nu_{max\ c}$.

4.8. Динамический синтез кулачковых механизмов

Задача динамического синтеза кулачкового механизма заключается в определении минимального радиуса теоретического профиля кулачка. Считают заданными все три кинематические диаграммы и наибольший угол давления ν_{max} (или минимальный угол передачи движения ν_{min}).

4.8.1. Определение минимального радиуса теоретического профиля кулачка механизма с поступательно движущимся толкателем

Используя диаграмму $S = S(\varphi)$, изображенную на рисунке 4.14, находим значения линейных перемещений толкателя в метрах, умножая каждую из ординат диаграммы на масштабный коэффициент μ_S . Из диаграммы аналога скорости толкателя v_φ (см. рис. 4.14) находим аналоги скорости толкателя в метрах, умножая ординаты диаграммы на масштаб μ_V .

Строим диаграмму в координатах $S-dS/d\varphi$ в принятом масштабе μ_S следующим образом:

– от точки B_0 (рис. 4.25) откладываем в масштабе μ_S линейные перемещения толкателя;

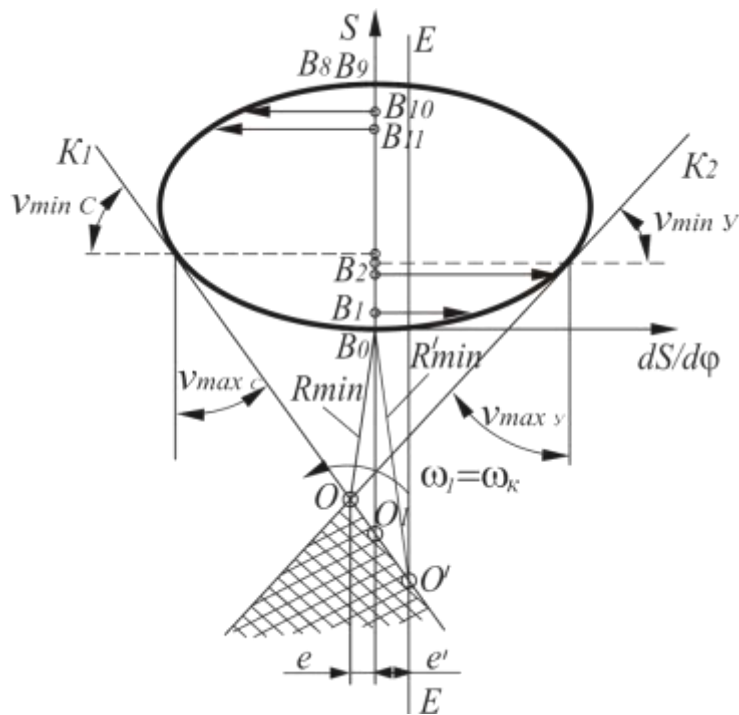


Рисунок 4.25 – Определение минимального радиуса теоретического профиля кулачка в кулачковом механизме с роликовым поступательно движущимся толкателем

– через полученные точки B_1, B_2 и т. д. проводим перпендикуляры к вертикальной оси S и откладываем на них отрезки – аналоги скорости, значения которых находим делением аналогов скорости v_φ на масштаб μ_s :

$$y_i = \frac{(dS/d\varphi)_i}{\mu_s}; \quad (4.26)$$

– направления отрезков y_i находим, поворачивая вектор абсолютной скорости толкателя на угол 90° в сторону вращения кулачка. Конечные точки отрезков соединяем плавной лекальной кривой;

– под углами v_{maxY} и v_{maxC} к оси S (или под углом γ_{min} к оси $dS/d\varphi$) проводим касательные K_1 и K_2 к полученной кривой;

– пересекаясь, они обозначат область, в которой можно располагать центр вращения кулачка (на рис. 4.25 эта область заштрихована). Центр вращения кулачка можно располагать и на контуре этой области;

– расстояние от точки, выбранной на контуре (например, точка B') или внутри него, до точки B_0 , соответствует радиусу теоретического профиля кулачка в масштабе μ_s . Самый малый радиус теоретического профиля равен расстоянию OB_0 , т. е. $R_{min} = OB_0 \cdot \mu_s$ (м). Заметим, что такой кулачковый механизм будет иметь эксцентриситет e .

Если требуется спроектировать кулачковый механизм без эксцентриситета, то минимальный радиус теоретического профиля определится расстоянием O_1B_0 т. е. $R'_{min} = O_1B_0 \cdot \mu_S$.

Наконец, если при проектировании эксцентриситет e' задан, то, отложив его в масштабе (вправо или влево, в зависимости от требований) и проведя линию EE , параллельную оси S , находим минимальный радиус теоретического профиля кулачка

$$R'_{min} = O'B_0 \cdot \mu_S. \quad (4.27)$$

4.8.2. *Определении минимального радиуса теоретического профиля кулачка механизма с качающимся коромыслом*

Исходными данными для определения минимального радиуса теоретического профиля кулачка являются:

– кинематические диаграммы движения коромысла $\psi = \psi(\varphi)$, $\omega = \omega(\varphi)$, $\varepsilon = \varepsilon(\varphi)$;

– длина коромысла CB_0 ;

– максимальные углы давления на фазах удаления и сближения.

Порядок определения минимального теоретического радиуса кулачка R_{min} следующий:

– изображаем коромысло в принятом масштабе μ_l в положении CB_0 (рис. 4.26) и строим дугу B_0B_k , соответствующую углу размаха коромысла ψ_{max} ;

– размечаем дугу B_0B_k в соответствии с диаграммой $\psi = \psi(\varphi)$;

– найденные из этой диаграммы углы откладывают от положения CB_0 следующим образом: на продолжении отрезка D_0B_0 в произвольной точке D_0 восстанавливаем перпендикуляр к нему и на этом перпендикуляре от точки D_0 откладываем отрезки $D_0D_1 = CD_0 \operatorname{tg} \psi_1$; $D_0D_2 = CD_0 \operatorname{tg} \psi_2$ и т. д. Полученные точки D_i соединяем с центром вращения коромысла – точкой C – и находим таким образом положения точек B_i ;

– используя диаграмму $\omega = \omega(\varphi)$, находим аналоги угловой скорости точки B коромысла $\omega'_i = \omega_i \mu_\omega$ и аналоги ее линейной скорости $y_i = \omega'_i l_{CB}$;

– откладываем аналоги скорости в виде отрезков в масштабе μ_l

$B_1E_1 = \frac{y_1}{\mu_l}$, $B_2E_2 = \frac{y_2}{\mu_l}$ и т. д. по радиусам от точек B_i ;

- направления отрезков y_i определяем, поворачивая вектор абсолютной скорости точки B коромысла на угол 90° в сторону вращения кулачка;
- полученные точки E соединяем плавной кривой;
- находим положения толкателя, соответствующие наибольшему аналогу линейной скорости точки B коромысла y'_{max} в фазе удаления и y''_{max} в фазе сближения ($B'E'$ и $B''E''$);
- в точках E' и E'' восстанавливаем к отрезкам $B'E'$ и $B''E''$ перпендикуляры и от них откладываем углы давления $v_{max y}$ и $v_{max c}$;
- параллельно сторонам отложенных углов (на рисунке 4.26 пунктирные линии) проводим касательные K_1 и K_2 к кривой до их пересечения в некоторой точке O . Область, заключенная между касательными K_1 и K_2 , является областью возможного расположения центра вращения кулачка;
- наименьший радиус теоретического профиля кулачка R_{min} определяется расстоянием OB_0 : $R_{min} = OB_0 \cdot \mu_l$ (м);
- находим расстояние между центрами вращения кулачка и толкателя: $l_{OC} = OC \cdot \mu_l$.

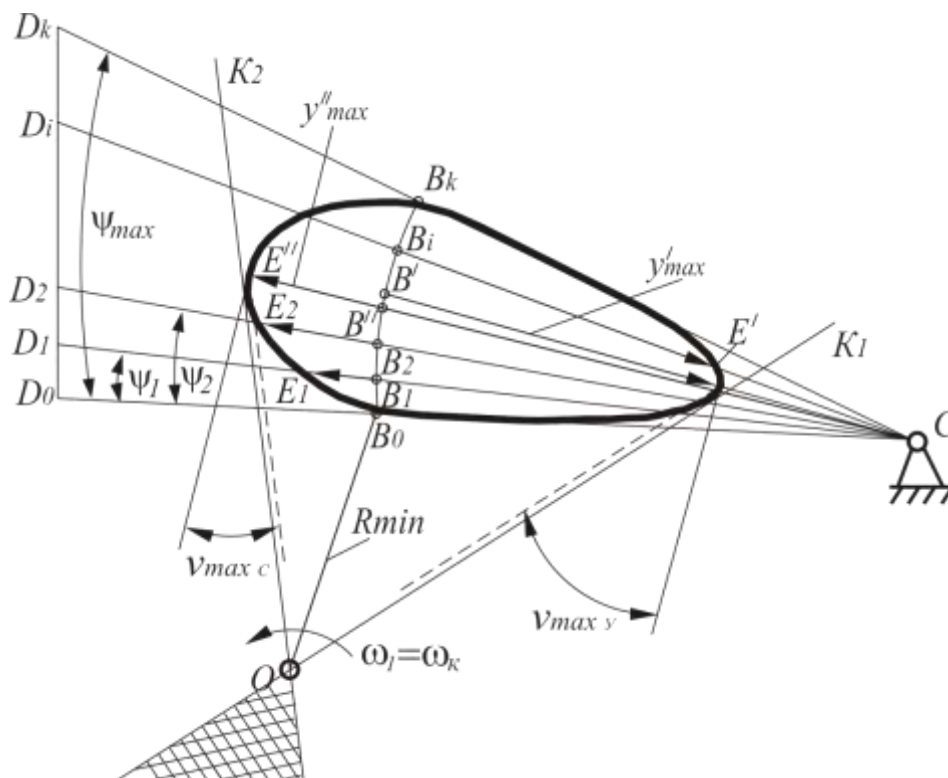


Рисунок 4.26 – Определение минимального радиуса теоретического профиля кулачка в кулачковом механизме с качающимся коромыслом

4.9. Построение профиля кулачка

4.9.1. Метод обращения движения

Для выявления формы профиля кулачка при известном законе движения толкателя $S = f(\varphi)$ используется метод обращения движения.

В качестве примера рассмотрим кулачковый механизм, состоящий из кулачка-эксцентрика с центром в точке C и осью вращения O и толкателя, движущегося поступательно с точечным касанием кулачка. На рисунке 4.27, *а* показаны три последовательных рабочих положения механизма с углами поворота кулачка $\varphi_0 = 0^\circ$, $\varphi_1 = 90^\circ$, $\varphi_2 = 180^\circ$. Отрезки A_0A_1 , A_0A_2 означают перемещение толкателя при углах поворота кулачка φ_1 , φ_2 ; ω_K – угловая скорость кулачка; v_T – линейная скорость толкателя; ω_T – угловая скорость толкателя (условный параметр, проявляется при обращении движения).

На рисунке 4.27, *б* представлен тот же процесс в обращенном движении, состоящий в том, что всему механизму (кулачок – толкатель – рама) придается (условно) угловая скорость, равная по величине угловой скорости кулачка ω_K , но противоположно ей направленная, в результате чего кулачок становится неподвижным (его скорость $\omega = \omega_K - \omega_K = 0$), а толкатель вместе с направляющими (рамой) получит обратное вращение со скоростью $-\omega_K$. При этом поступательная скорость толкателя по своим направляющим остается такой же, как и при обычной работе. Взаимоположение кулачок–толкатель по частям рисунка *а* и *б* полностью идентичны.

Если предположить, что нам неизвестна форма кулачка, но известны все перемещения толкателя A_0A_1 при любых углах поворота кулачка φ_1 (что дает ранее полученный график $S = f(\varphi)$ проектируемого механизма), то по особенностям рисунка 4.27, *б* можно выполнить построение, выявляющее форму профиля кулачка (рис. 4.27, *в*).

Для этого нужно провести окружность радиуса R_0 (в курсовом проекте эта величина задана) от произвольно выбранного луча OA_0 (обычно вертикального) в сторону, обратную направлению ω_K , отложить произвольно выбираемые углы φ_i и от точек пересечения лучей с окружностью радиуса R_0 отложить на них соответствующие длины A_0A_1 .

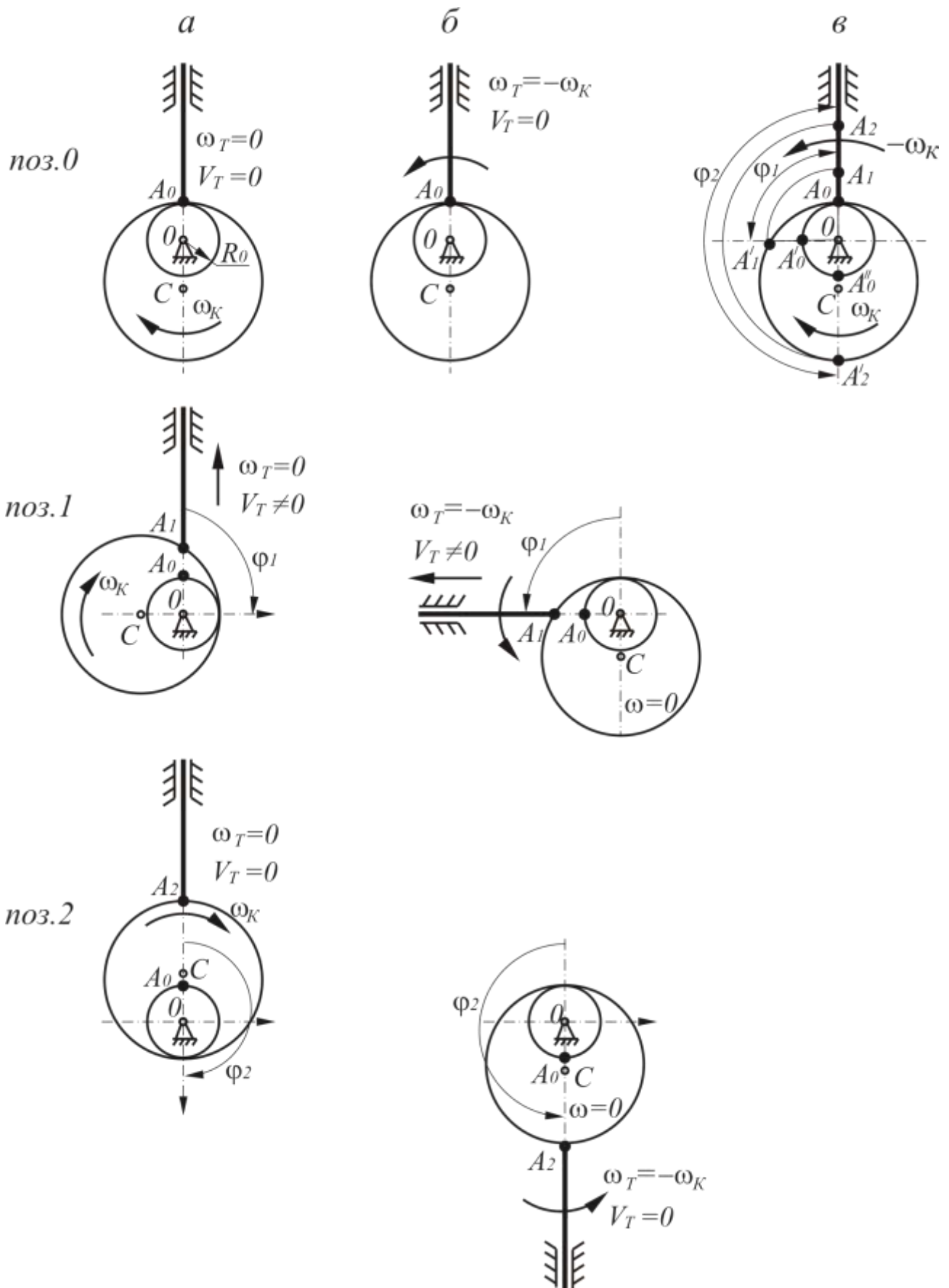


Рисунок 4.27 – Последовательность метода обращения движения кулачкового механизма

При достаточно «густом» наборе лучей (три «редких» и неполных луча на рисунке 4.27 имеют целью только разъяснить сущность метода обращения движения) полученная совокупность точек A_i представит искомый профиль кулачка. Обычно отрезки A_0A_i размещают на нулевом очертании толкателя, а затем точки A_i разносят циркулем на соответствующие позиции толкателя, занимаемые им в обратном движении (точки A'_i на рис. 4.27, в). Размеры R_0 и S_i (A_0A_i) на чертеже должны быть, конечно, в одном масштабе.

4.9.2. Построение профиля кулачка с роликовым толкателем

Основными размерами, необходимыми для построения кулачкового механизма с роликовым толкателем, являются:

R_0 – начальный радиус центрального профиля кулачка;

e – величина смещения оси толкателя от центра вращения кулачка;

r – радиус ролика;

$\varphi_U, \varphi_{BB}, \varphi_C$ – фазовые углы;

s_i – перемещения толкателя.

Величины R_0 и e определяются из условий ограничения угла давления между толкателем и кулачком. В курсовом проекте данные размеры R_0 , e и r являются заданными.

Как уже отмечалось, центральной профиль кулачка строится с помощью метода обращения движения, при котором кулачок условно принимается неподвижным, а движение толкателя относительно кулачка разлагается на переносное движение вместе со стойкой и движение относительно стойки.

Алгоритм построения центрального профиля кулачка с роликовым толкателем

1. Проводим ось толкателя на расстоянии e от центра O вращения кулачка (рис. 4.28).
2. Строим окружность радиусом R_0 с центром в точке O .
3. Точка пересечения A_0 этой окружности с осью толкателя определяет начальное положение ролика.
4. Строим окружность смещения радиусом e и центром в точке O .
5. На окружности радиуса R_0 , начиная от точки A_0 в направлении, противоположном вращению кулачка, откладываем дуги, соответствующие фазовым углам $\varphi_U, \varphi_{BB}, \varphi_C$. Дуги, соответствующие уг-

лам φ_y , φ_C , делим на части аналогично делению на части оси абсцисс диаграммы движения толкателя $S(\varphi)$. Точки деления обозначаем через C_i ($i = 0, 1, 2, 3, \dots, 25$).

6. Через точки C_i ($i = 0, 1, 2, 3 \dots 25$) проводим касательные прямые τ_i к окружности смещения (на рисунке 4.28 показана касательная прямая τ_4 для $i = 4$).

7. На касательных прямых τ_i откладываем отрезки $C_iA_i = s_i$, длину которых замеряем на диаграмме перемещения толкателя $S(\varphi)$ (рис. 4.14), т. е. $C_1A_1 = s_1, C_2A_2 = s_2, \dots, C_iA_i = s_i$.

8. Проводим через построенные таким образом точки A_i плавную кривую линию, получаем центровой профиль кулачка. На рисунке 4.28 центровой профиль кулачка изображен штрихпунктирной линией.

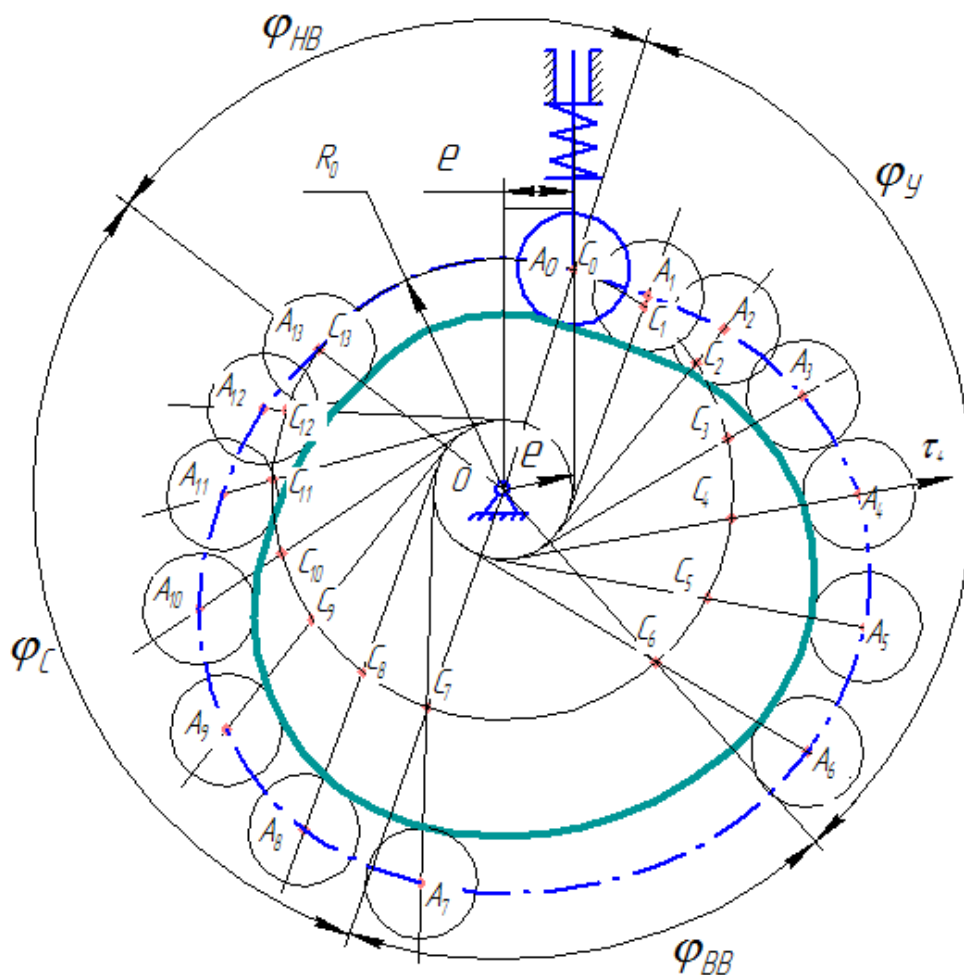


Рисунок 4.28 – Построение профиля кулачка с роликовым толкателем

Для получения конструктивного профиля кулачка нужно получить такое его очертание, чтобы при соприкосновении его с роликом

центр ролика совмещался с точками теоретического профиля. Эта задача решается построением так называемой эквидистантной (равноотстоящей по нормальям) на радиус ролика кривой по отношению к теоретическому профилю.

Для получения эквидистанты нужно из точек A_0, A_1, A_2 и т. д. теоретического профиля провести окружности радиуса ролика r (можно ограничиться полуокружностями во внутреннюю сторону).

Для лучшей четкости целесообразно провести дополнительные окружности, располагая острие циркуля в промежутках A_0A_1, A_1A_2 и т. д. на теоретическом профиле. Вписывая плавную кривую, касающуюся всех позиций ролика с внутренней стороны (такая кривая в связи с ее получением называется огибающей), получаем очертание конструктивного профиля на рабочих фазах кулачка.

На участках A_6A_7 и $A_{13}A_0$ конструктивный профиль кулачка описывается дугами постоянных радиусов $(OA_7 - r)$ и $(OA_0 - r)$.

4.9.3. Построение профиля кулачка с роликовым коромыслом

Основными размерами, необходимыми для построения кулачкового механизма с роликовым коромыслом, являются:

OC – расстояние от центра вращения коромысла до центра вращения кулачка;

BC – длина коромысла;

R – начальный радиус профиля кулачка (радиус окружности, вписанной в профиль кулачка);

r – радиус ролика;

R_0 – начальный радиус центрального профиля кулачка;

$\varphi_U, \varphi_{BB}, \varphi_C$ – фазовые углы;

s_i – перемещения коромысла.

Размеры OC и R_0 определяются из условий ограничения угла давления между кулачком и толкателем. В курсовом проекте основные размеры кулачкового механизма являются заданными.

При построении профиля кулачка с роликовым коромыслом используются диаграммы движения толкателя, изображенные на рисунке 4.14.

Центровой профиль кулачка с роликовым коромыслом строится также с помощью метода обращения движения, при котором кулачок условно принимается неподвижным и рассматривается движение коромысла относительно кулачка.

Центровой профиль кулачка, изображенный на рисунке 4.29 штрихпунктирной линией, представляет собой траекторию, которую описывает центр ролика при обращенном движении коромысла. Обращенное движение коромысла складывается из двух движений – переносного вместе со стойкой OC и относительного поворота коромысла вокруг точки C .

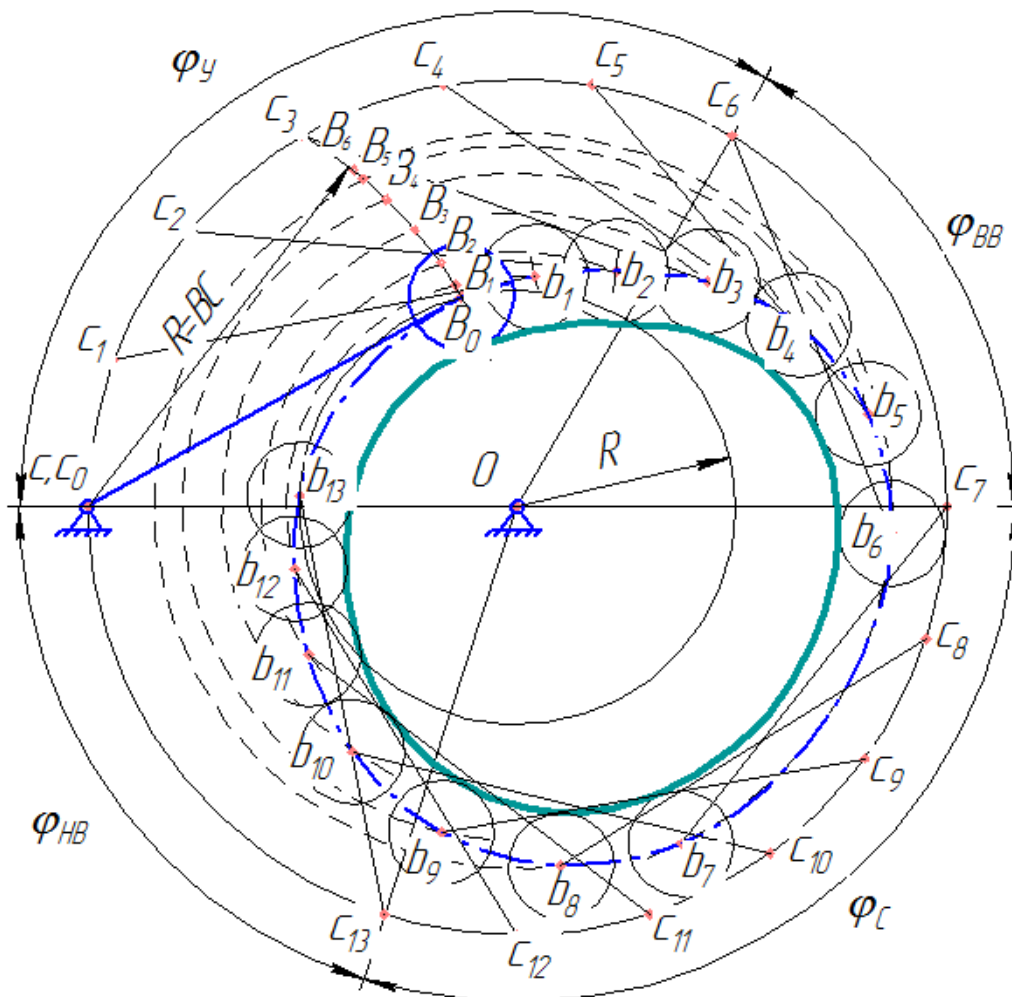


Рисунок 4.29 – Построение профиля кулачка с роликовым коромыслом

Алгоритм построения профиля кулачка с роликовым коромыслом

1. Изображаем на чертеже стойки O и C , располагая их на горизонтальной прямой на расстоянии OC друг от друга.
2. Проводим дугу окружности радиусом BC с центром в точке C и отмечаем на этой траектории начальное положение центра ролика B_0 на расстоянии R_0 от центра вращения O кулачка.
3. Строим траекторию точки C в обращенном движении, т. е. окружность радиусом AC с центром в точке A . Начиная от точки C_0 ,

совпадающей с точкой C , на этой окружности в направлении, противоположном вращению кулачка, откладываем дуги, соответствующие фазовым углам φ_U , φ_{BB} , φ_C . Дуги, соответствующие φ_U и φ_C , делим на части аналогично делению на части участков диаграммы перемещения $S(\varphi)$. Точки деления обозначим через C_i ($i = 0, 1, 2, 3$ и т. д.).

4. На дуге радиусом BC делаем разметку для положений точки B (центр ролика), пользуясь диаграммой перемещения $S(\varphi)$ выходного звена. Положения точек B_1, B_2, \dots, B_6 определяются длинами отрезков S_1, S_2, \dots, S_6 на диаграмме перемещения $S(\varphi)$: $B_0B_1 = S_1$; $B_1B_2 = S_2$; $B_2B_3 = S_3$ и т. д.

5. Положения точек b_i на центровом профиле кулачка получаем на пересечении окружности радиусом BC с центром в точке c_i и окружности, проходящей через точку B_i , с центром в точке A .

6. Соединяем точки b_i плавной кривой и получаем центровым профилем кулачка.

7. Изображаем на чертеже ряд окружностей радиусом r с центрами в точках b_i на центровом профиле кулачка, изображающих положения ролика в обратном движении толкателя.

8. Проводим плавную кривую, огибающую семейство окружностей радиусом r , центры которых находятся на центровом профиле, и получаем конструктивный профиль кулачка.

4.9.4. Построение профиля кулачка с плоским толкателем

Основными размерами в кулачковом механизме с плоским толкателем являются:

R – начальный радиус профиля кулачка (радиус окружности, вписанной в профиль кулачка);

φ_U , φ_{BB} , φ_C – фазовые углы;

s_i – перемещения толкателя.

При построении профиля кулачка с плоским толкателем применяют также способ обращения движения. При этом обратное движение толкателя (т. е. движение толкателя относительно кулачка) складывается из вращения его оси вокруг точки O в направлении, противоположном вращению кулачка и перемещению вдоль оси в соответствии с законом движения $S(\varphi)$. Расстояние от точки касания кулачка с толкателем до оси толкателя изменяется по закону $v(\varphi)$. Профиль кулачка можно рассматривать как геометрическое место точек касания толкателя на плоскости кулачка.

Алгоритм построения профиля кулачка с плоским толкателем

1. Строим окружность радиуса R и через ее центр O проводим ось толкателя (рис. 4.30). Точку пересечения оси и окружности обозначаем через c_0 .

2. Начиная от точки c_0 , в направлении, противоположном вращению кулачка, на построенной окружности откладываем дуги, соответствующие фазовым углам $\varphi_U, \varphi_{BB}, \varphi_C$. Дуги, соответствующие φ_U и φ_C , делим на части аналогично делению на части участков диаграммы перемещения $S(\varphi)$. Точки деления обозначаем через c_i ($i = 0, 1, 2, 3$ и т. д.).

3. Из точки O проводим лучи n_i через точки деления c_i . Пользуясь диаграммой перемещения $S(\varphi)$, откладываем на лучах n_i отрезки $c_i b_i = s_i$ ($i = 0, 1, 2, 3$ и т. д.).

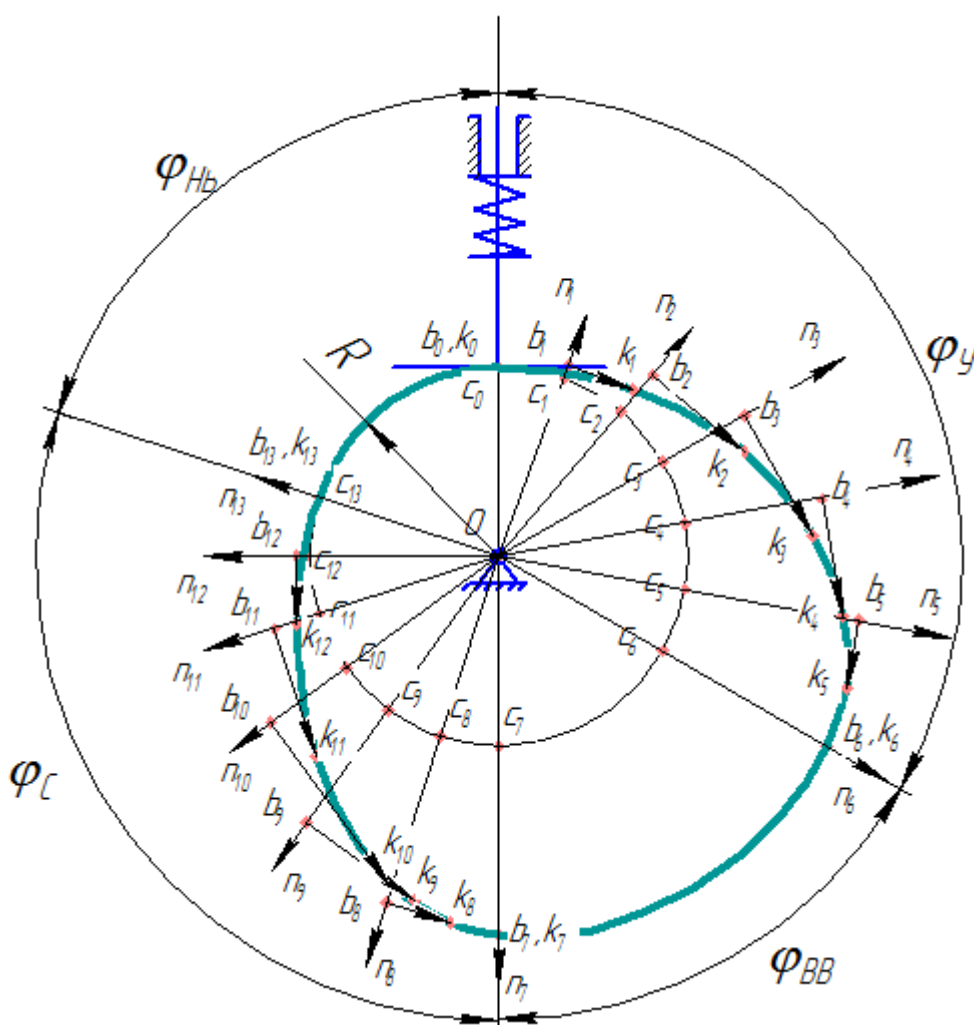


Рисунок 4.30 – Построение профиля кулачка с плоским толкателем

4. Через точки b_i перпендикулярно лучам n_i проводим лучи τ_i . На построенных таким образом лучах τ_i откладываем отрезки $b_i k_i = v_i$ ($i =$

0, 1, 2, 3 и т. д.), взятые с диаграммы аналога скорости $v(\varphi)$ толкателя с учетом знака.

5. Через построенные точки k_i проводим плавную кривую линию, которая будет являться профилем кулачка.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое кулачковый механизм? Для чего он предназначен?
2. Структура кулачковых механизмов.
3. Что применяют для замены трения скольжения на трение качения в высшей кинематической паре кулачкового механизма?
4. Приведите классификацию кулачковых механизмов.
5. Структурный анализ кулачковых механизмов.
6. Назовите основные параметры кулачковых механизмов.
7. Какие законы движения выходного звена кулачкового механизма вы знаете? В чем их преимущества и недостатки.
8. Какие способы используют для построения кинематических диаграмм движения выходного звена кулачкового механизма?
9. Какой метод используется для построения профиля кулачка? В чем его смысл?
10. Как определяется угол давления в кулачковом механизме?
11. Какие силы возникают в кулачковом механизме? Когда возникает явление заклинивания?
12. В чем смысл динамического синтеза кулачкового механизма?
13. Как определяется минимальный радиус теоретического профиля кулачка?

ГЛАВА 5. ЗУБЧАТЫЕ МЕХАНИЗМЫ

5.1. Основные понятия и определения

Зубчатые механизмы – это механизмы, в которых движение между звеньями (зубчатыми колесами) передается с помощью последовательного зацепления зубьев.

Зубчатые механизмы предназначены для передачи вращательного движения между валами и изменения частот вращения путем последовательного соприкосновения (зубьев) звеньев, передающих вращение (зубчатых колес).

Зуб – это выступ на звене, имеющий определенную форму и взаимодействующий с соответствующим выступом другого звена, образуя высшую кинематическую пару.

Высшей кинематической парой в зубчатом механизме является кинематическая пара «зуб–зуб».

Простой зубчатый механизм – это трехзвенный механизм, состоящий из двух находящихся в зацеплении зубчатых колес и стойки.

В простых зубчатых механизмах зубчатые колеса образуют между собой высшие кинематические пары, а со стойкой создают низшие кинематические пары (поступательные или вращательные).

Ведущее звено простого зубчатого механизма называется **шестерня**, а ведомое звено – **зубчатое колесо**. Параметры шестерни зубчатого механизма принято обозначать с индексом 1, а параметры зубчатых колес – с индексами, соответствующими номерам их колес.

Работа простых зубчатых механизмов основана на использовании принципа рычага, т. е. преобразование движения осуществляется посредством нажатия зубьев шестерни на зубья колеса.

Сложный зубчатый механизм имеет более двух колес.

Основной кинематической характеристикой зубчатых механизмов является **передаточное отношение** (например, i_{12} от колеса 1 к колесу 2) (рис. 5.1) – это отношение угловой скорости (или частоты вращения) одного звена к угловой скорости (или частоте вращения) другого звена:

$$i_{12} = \pm \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{n_1}{n_2}, \quad (5.1)$$

$$i_{21} = \pm \frac{\omega_2}{\omega_1} = \pm \frac{n_2}{n_1}. \quad (5.2)$$

Если звенья передачи вращаются в одной или параллельных плоскостях в одинаковом направлении, то передаточное отношение передачи положительно, и отрицательно – если вращение их происходит в разных направлениях. В зубчатых механизмах знак *минус* указывает на внешнее зацепление (рис. 5.1), а знак *плюс* – на внутреннее зацепление (рис. 5.2).

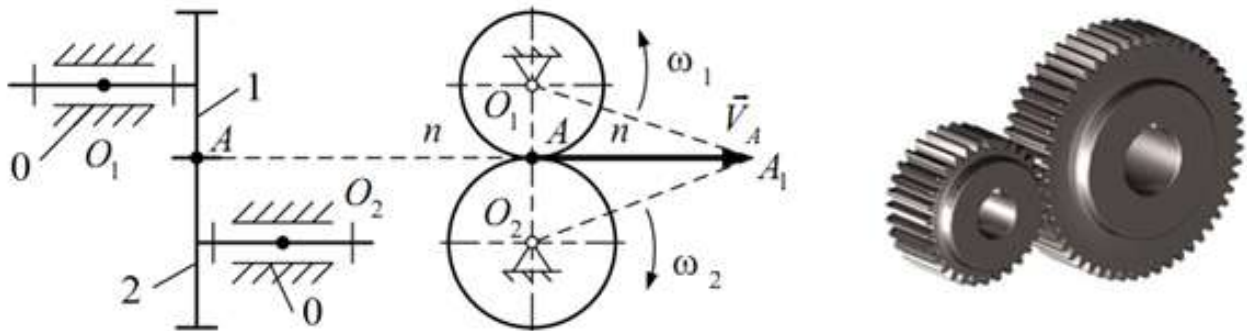


Рисунок 5.1 – Передача с неподвижными геометрическими осями внешнего зацепления

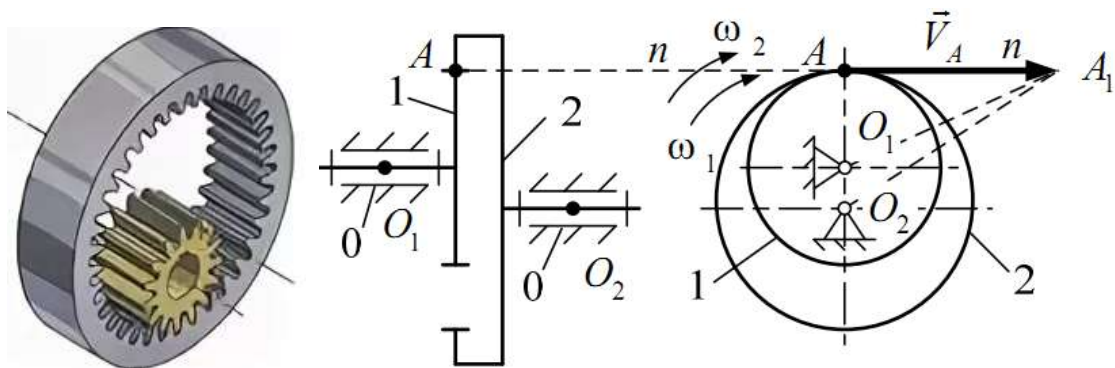


Рисунок 5.2 – Передача с неподвижными геометрическими осями внутреннего зацепления

Передаточное отношение обратно пропорционально отношениям чисел зубьев z и радиусов r зубчатых колес:

$$i_{12} = \pm \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{z_2}{z_1} = \pm \frac{r_2}{r_1} \quad (5.3)$$

Зубчатые механизмы, предназначенные для уменьшения угловой скорости выходного звена, называются понижающими, или **редукторами**. Передача для повышения скорости – **мультипликатор**.

Передаточное число – отношение угловой скорости ведущего звена к угловой скорости ведомого, т. е. это передаточное отношение, вычисленное в направлении потока энергии.

Предельные значения передаточного отношения для одной зубчатой пары или ступени составляют: в цилиндрической передаче – 10, конической – 6, червячно-винтовых – 80. При больших передаточных отношениях одно из колес получается чрезмерно большим, что приводит к ухудшению качественных характеристик передач и снижению коэффициента полезного действия, поэтому проектирование таких передач нецелесообразно. В таких случаях применяют **многоступенчатые зубчатые механизмы** (рис. 5.3).



Рисунок 5.3 – Многоступенчатый цилиндрический редуктор

5.2. Классификация зубчатых механизмов

По взаимному расположению осей колес зубчатые механизмы делятся на 3 группы:

- с **параллельными** осями (рис. 5.1–5.2);
- **пересекающимися** осями (рис. 5.4);
- **скрещивающимися** осями (рис. 5.5).

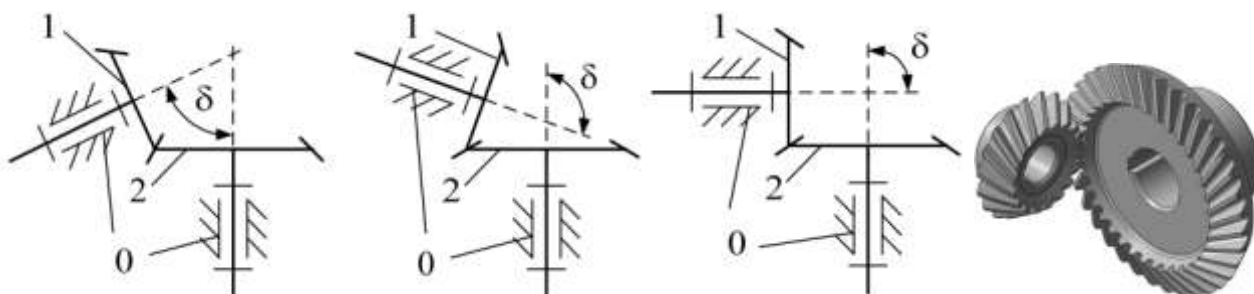


Рисунок 5.4 – Зубчатые передачи с пересекающимися осями

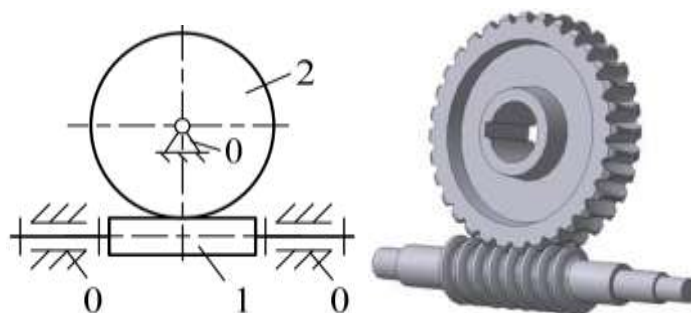


Рисунок 5.5 – Зубчатые передачи со скрещивающимися осями

В передачах с параллельными осями используются **цилиндрические** колеса. Цилиндрическая передача может быть:

- с **внешним** зацеплением (рис. 5.1);
- **внутренним** зацеплением (рис. 5.2).

Частным случаем цилиндрической передачи является **реечная** передача (рис. 5.6), предназначенная для преобразования вращательного движения в поступательное и наоборот.



Рисунок 5.6 – Реечная зубчатая передача

Передачи с пересекающимися осями осуществляются **коническими** колесами (рис. 5.4).

Передачи со скрещивающимися осями делятся:

- на **червячные** (рис. 5.5); червяк представляет собой однозаходный или многозаходный винт, может быть цилиндрическим или глобоидным;
- **винтовые** (рис. 5.7); колеса, которые нарезаны как косозубые, но с большим углом наклона зубьев;



Рисунок 5.7 – Винтовая зубчатая передача

– *гипоидные* (рис. 5.8); в них используются конические колеса, оси которых скрещиваются.



Рисунок 5.8 – Гипоидная зубчатая передача

По расположению звеньев в пространстве зубчатые механизмы делятся:

- на *плоские*, когда движение звеньев осуществляется в одной плоскости (рис. 5.1–5.2);
- *пространственные*, когда движение звеньев осуществляется в пересекающихся плоскостях (рис. 5.3–5.8).

Механизмы с параллельными осями относятся к плоским, а с пересекающимися и скрещивающимися осями – к пространственным.

По форме профиля зуба зубчатые механизмы делятся:

- на зубчатые механизмы с *эвольвентным* профилем (рис. 5.9, а);
- с *циклоидальным* профилем (рис. 5.9, б);
- с *круговым* профилем (передачи Новикова) (рис. 5.9, в).

По форме линии зуба зубчатые механизмы делятся:

- на передачи с прямым зубом, или *прямозубые* (рис. 5.9, а);
- с косым зубом, или *косозубые* (рис. 5.9, в);
- *шевронные* (рис. 5.10);
- с *криволинейным зубом* (рис. 5.8).

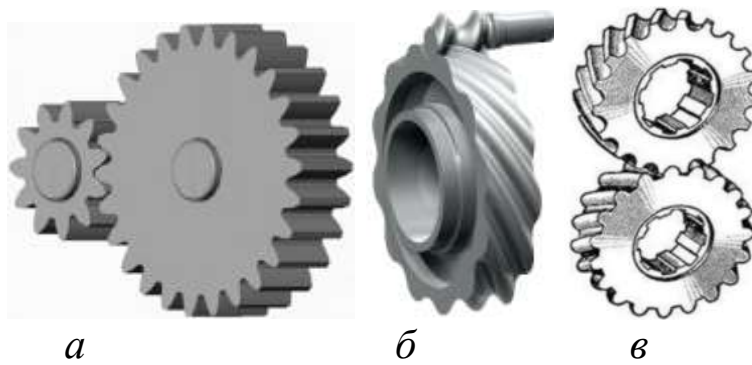


Рисунок 5.9 – Примеры различных профилей зубьев



Рисунок 5.10 – Пример шевронной зубчатой передачи

Многоступенчатые зубчатые механизмы делятся на две группы:

- с **неподвижным** осями колес;
- с **подвижными** осями колес.

К механизмам с **неподвижными** осями относятся:

- **ступенчатый механизм** (рис. 5.11);
- **рядовый (последовательный) механизм** (рис. 5.12) и их комбинации.

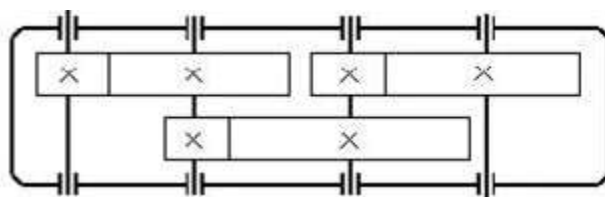


Рисунок 5.11 – Пример ступенчатого механизма

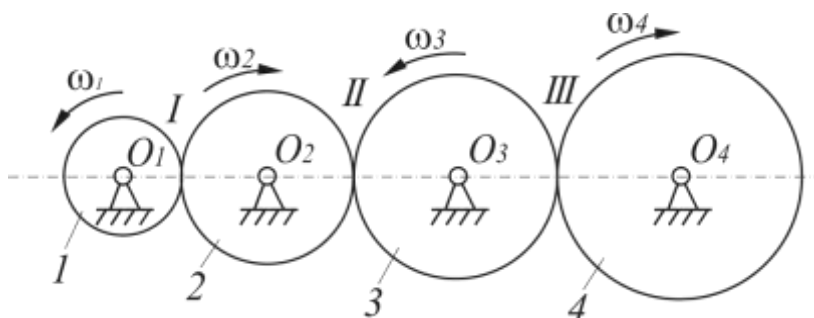


Рисунок 5.12 – Пример рядового зубчатого механизма

К механизмам с *подвижными* осями относятся:

– *дифференциальный* механизм – механизм, в составе которого имеются звенья (сателлиты), оси которых подвижны, а степень подвижности $W > 1$;

– *планетарная* передача – частный случай дифференциального механизма, когда одно из центральных колес заторможено и степень подвижности механизма $W = 1$;

– *замкнутый дифференциальный* механизм – механизм, образующийся, когда в дифференциальном механизме два основных звена соединены дополнительной замыкающей кинематической цепью.

5.3. Кинематический анализ зубчатых механизмов с неподвижными осями колес

Передаточное отношение многоступенчатой зубчатой передачи равно произведению передаточных отношений отдельных ступеней:

$$u = (-1)^k u_1 \cdot u_2 \cdot u_n, \quad (5.4)$$

где k – число внешних зацеплений. Множитель (-1) вводят для определения знака передаточного отношения. Это имеет смысл лишь для механизмов, в которых геометрические оси ведущего и ведомого валов параллельны.

Частный случай многоступенчатой передачи – *рядовое соединение* зубчатых колес (рис. 5.12). Такой механизм применяют в тракторах, комбайнах и др.

Для изображенного на рисунке 5.12 редуктора общее передаточное отношение определяется выражением

$$u_{14} = (-1)^3 u_I \cdot u_{II} \cdot u_{III} = -\frac{z_2}{z_1} \frac{z_3}{z_2} \frac{z_4}{z_3} = -\frac{z_4}{z_1}.$$

Как видно из полученного выражения, промежуточные колеса 2 и 3 не влияют на значение передаточного отношения. Такие зубчатые колеса называют *паразитными колесами*. Подобные механизмы применяют в тех случаях, когда необходимо изменить направление вращения ведомого звена. Например, для осуществления заднего хода автомобиля или трактора в его коробке передач вводится в зацеп-

ление одно паразитное колесо. Кроме того, паразитные колеса вводятся в механизм в том случае, когда расстояние между ведущим и ведомым валами значительное, а передаточное отношение невелико, так как применение только одной пары колес вызвало бы значительное увеличение габаритных размеров передачи.

Одним из распространенных типов зубчатых механизмов являются коробки передач, предназначенные для ступенчатого изменения передаточного отношения от входного вала к выходному, что позволяет при неизменной угловой скорости входного вала понижать или повышать выходную скорость. Изменение передаточного отношения достигается переключением различных ступеней зубчатых передач.

На рисунке 5.13 представлена схема коробки передач, применяемой в приводе ведущих колес транспортного средства.

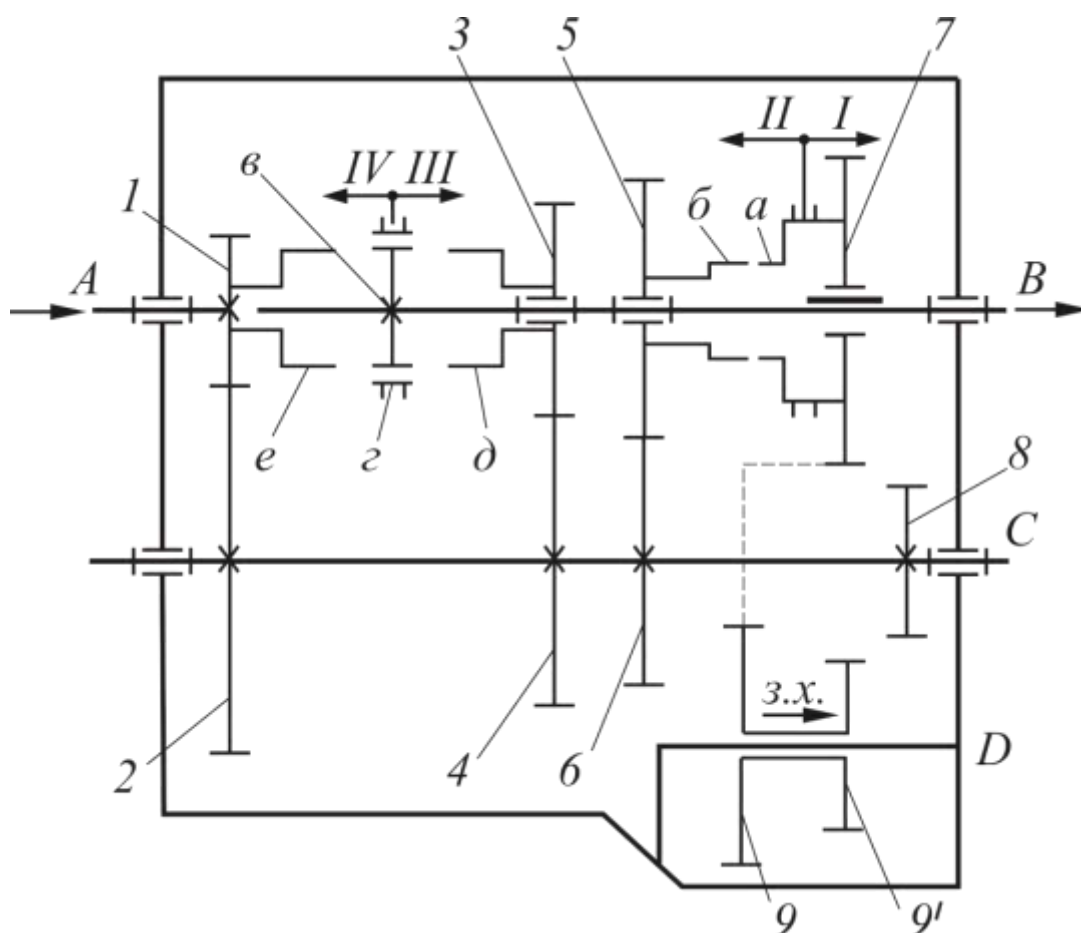



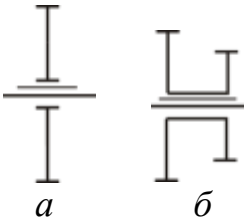
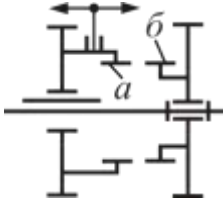
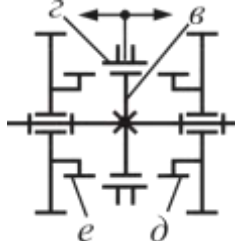


Рисунок 5.13 – Пример коробки передач

Основные элементы коробки передач, их вид и условные обозначения представлены в таблице 5.1.

Таблица 5.1 – Условные обозначения

Наименование соединения	Условные обозначения и вид
Соединения валов и колес с валами	
Телескопическое соединение входного и выходного валов	
Жесткое соединение колеса с валом	
Свободное вращение колеса на валу (вращательная кинематическая пара)	
Шлицевое или шпоночное соединение колеса (а) или блока колес (б) с валом	
Муфты	
Муфта односторонняя: а – внутренние шлицы; б – наружные шлицы	
Муфта двухсторонняя: в – ступица с наружными шлицами; г – подвижная часть (синхронизатор) с внутренними шлицами; д и е – правая и левая полумуфты, жестко соединенные с зубчатым колесами	

Механизм коробки скоростей состоит из **входного** (первичного) вала *A*, соосно с ним расположенного **выходного** (вторичного) вала *B*, **промежуточного** вала *C* и **оси заднего хода** *D*. Передняя опора выходного вала расположена в проточке входного вала (телескопическое соединение валов). На входном валу *A* жестко закреплено зубчатое колесо *1*, находящееся в постоянном зацеплении с колесом *2* промежуточного вала *C*. Все колеса (*2, 4, 6, 8*), установленные на проме-

жуточном валу, также закреплены на нем жестко, поэтому при вращении вала A они все приходят во вращение. Далее в зависимости от номера включаемой передачи вводится в зацепление та или иная пара зубчатых колес, передающих вращение между валами C и B . На первой передаче (I) вращение от промежуточного на выходной вал передается парой зубчатых колес 8 и 7, на второй (II) – колесами 6 и 5, на третьей (III) – колесами 4 и 3. На четвертой передаче (IV) движение передается напрямую от входного на выходной вал путем их блокировки при помощи муфты. Передача заднего хода осуществляется парами колес 8–9' и 9–7. Таким образом, передаточные отношения коробки скоростей вычисляются по формулам:

– на первой передаче:

$$u_I = u_{12} \cdot u_{87} = (-1)^2 \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_7}{z_8};$$

– на второй передаче:

$$u_{II} = u_{12} \cdot u_{65} = (-1)^2 \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_5}{z_6};$$

– на третьей передаче:

$$u_{III} = u_{12} \cdot u_{43} = (-1)^2 \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_4};$$

– на четвертой передаче:

$$u_{IV} = 1;$$

– на передаче заднего хода:

$$u_{з.х.} = u_{12} \cdot u_{89'} \cdot u_{97} = (-1)^3 \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_{9'}}{z_8} \cdot \frac{z_7}{z_9}.$$

Способы включения отдельных передач:

1) введением в зацепление двух зубчатых колес путем осевого перемещения одного из них (например, колеса 7 и блока колес 9–9' при включении соответственно первой передачи и заднего хода); колеса, имеющие осевое перемещение вдоль выходного вала, соединены с ним при помощи шлицев или шпонки;

2) с помощью шлицевых муфт, блокирующих зубчатое колесо с валом. Так включают передачи *II*, *III*, *IV*, причем на второй передаче колесо 7 работает как элемент муфты, блокирующий колесо 5 с выходным валом. При неработающей передаче соответствующие колеса на выходном валу вращаются свободно.

В рассматриваемой коробке скоростей *первая* и *вторая* передачи осуществляются путем осевого перемещения колеса 7, имеющего шлицевое соединение с валом *B*. Чтобы включить первую передачу, надо переместить колесо 7 вправо до зацепления его с колесом 8.

Вторая передача включается перемещением зубчатого колеса 7 влево до зацепления внутренних шлицев *a* полумуфты, расположенных на ступице этого колеса, с внешними шлицами *б*, расположенными на колесе 5. Движение от вала *C* к валу *B* передается через пару колес 6–5, шлицы муфты *a* и *б*, шлицевое соединение колеса 7 и вала *B*.

Третья и *четвертая* (прямая) передачи осуществляются при помощи двухсторонней шлицевой муфты, схема и макет которой показаны в табл. 5.1. Третья передача осуществляется перемещением подвижной части муфты (синхронизатора) *г* вправо до зацепления с наружными шлицами правой полумуфты *д*, жестко соединенной с колесом 3. При этом полумуфта *д* жестко соединяется с неподвижной ступицей *в*, а колесо 3 блокируется валом *B*. При включении *четвертой* передачи синхронизатор муфты *г* смещается влево до зацепления с наружными шлицами левой полумуфты *е*, жестко соединенной с колесом 7. При этом блокируются ступица *в* с полумуфтой *е* и, соответственно, валы *A* и *B*.

Передача заднего хода включается перемещением блока зубчатых колес 9 и 9' на оси *D* вправо. При этом в зацепление вступают колеса 8 и 9', 9 и 7. Тогда движение от вала *A* к валу *B* осуществляется последовательно через пары колес 1–2, 8–9', 9–7. В некоторых коробках передач колеса на оси заднего хода установлены жестко.

5.4. Кинематический анализ зубчатых механизмов с подвижными осями колес

В п. 5.2 отмечено, что к механизмам с *подвижными* осями относятся *дифференциальный*, *планетарный* и *замкнутый* дифференциальный механизмы.

Рассмотрим кинематический анализ каждого механизма отдельно.

Дифференциальный механизм

Дифференциальный механизм, изображенный на рисунке 5.14, содержит следующие звенья:

- *сателлит* 2, ось O_2 которого подвижна;
- *водило* H , на котором установлен сателлит (или сателлиты);
- *центральные* колеса 1 и 3, находящиеся в контакте с сателлитами.

Водило H , а также соосные с ним центральные колеса 1 и 3 называются *основными* звеньями.

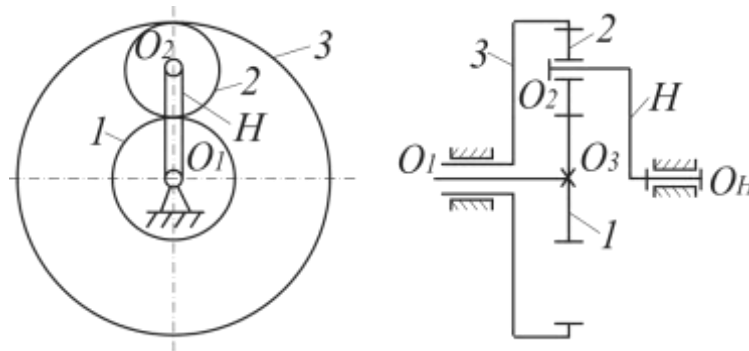


Рисунок 5.14 – Дифференциальный механизм

Степень подвижности механизма определяется из выражения

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 4 - 2 = 2 .$$

Для кинематического анализа механизмов с подвижными осями применяется *метод обращенного движения*. Сущность метода состоит в том, что всем звеньям условно сообщается дополнительное вращение с общей угловой скоростью – ω_H , равной угловой скорости водила ω_H , но противоположно ей направленной.

Тогда угловые скорости звеньев обращенного механизма будут равны:

$$\begin{aligned} \omega_1^i &= \omega_1 - \omega_f ; & \omega_3^i &= \omega_3 - \omega_f ; \\ \omega_2^i &= \omega_2 - \omega_f ; & \omega_3^i &= \omega_f - \omega_f = 0. \end{aligned}$$

Поскольку угловая скорость водила в обращенном движении равна нулю ($\omega_H^H = 0$), то обращенный механизм (рис. 5.15) является

механизмом с неподвижными осями колес, и для него можно записать передаточное отношение u_{13}^H , выражая его через числа зубьев по формулам для ступенчатого или паразитного рядов.

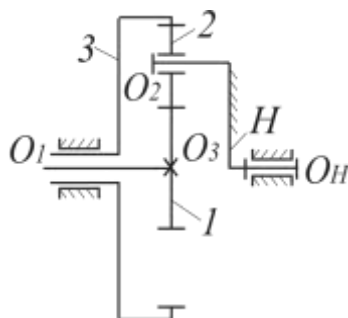


Рисунок 5.15 – Обращенный механизм

Для рассматриваемой схемы

$$u_{13}^H = (-1)^1 \cdot \frac{z_3}{z_1} = \frac{\omega_1^H}{\omega_3^H},$$

тогда

$$u_{13}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}.$$

Данное выражение называется **формулой Виллиса для дифференциального механизма**. В общем виде

$$u_{KL}^H = \frac{\omega_K - \omega_H}{\omega_L - \omega_H}. \quad (5.5)$$

Планетарный механизм

На рисунке 5.16 приведены примеры однорядных (5.16, а) и двухрядных (5.16, б) планетарных механизмов.

Для данных механизмов число степеней подвижности определяется соотношением

$$W = 3n - 2 \cdot p_5 - p_4 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 = 1.$$

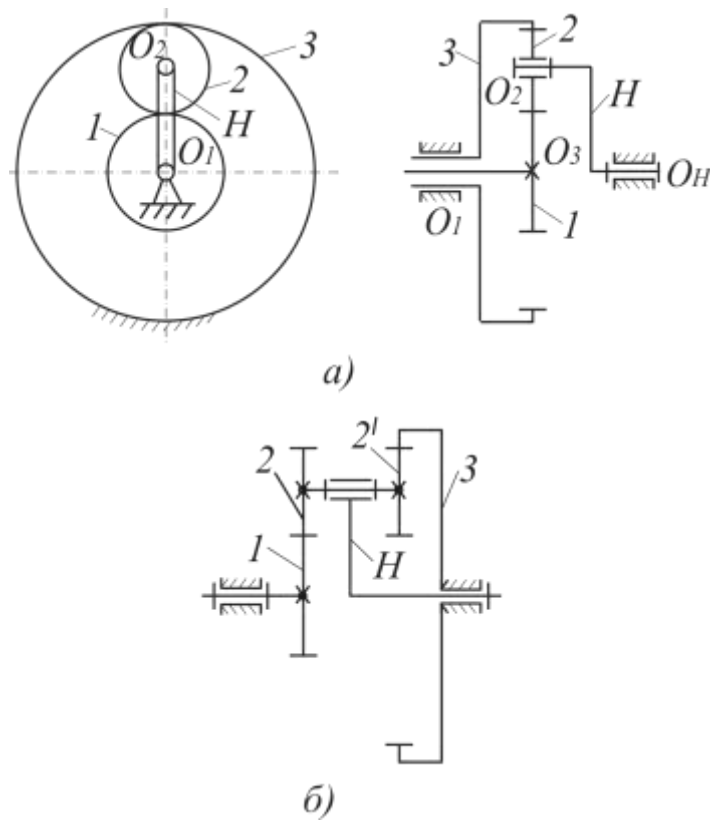


Рисунок 5.16 – Планетарный механизм

В показанных планетарных механизмах колесо 3 неподвижно ($\omega_3 = 0$), тогда, производя преобразования в формуле (5.5) получаем **формулу планетарного передаточного отношения**

$$u_{1H} = 1 - u_{13}^H,$$

или в общем виде

$$u_{1H} = 1 - u_{KL}^H, \quad (5.6)$$

где K и L – соответственно номера подвижного и центрального неподвижного колеса.

Если в планетарном механизме требуется определить передаточное отношение от водила H к какому-либо подвижному колесу K , то вначале следует определить передаточное отношение от этого колеса к водилу u_{KH} , а затем вычислить обратную величину:

$$u_{HK} = \frac{1}{u_{KH}}. \quad (5.7)$$

Замкнутый дифференциальный механизм

В замкнутом дифференциальном механизме, изображенном на рисунке 5.17, два основных звена (колесо 3 и водило H) соединены дополнительной замыкающей кинематической цепью 3'-4-4'-5. Замыкающая цепь налагает на движение звеньев дополнительное условие связи.

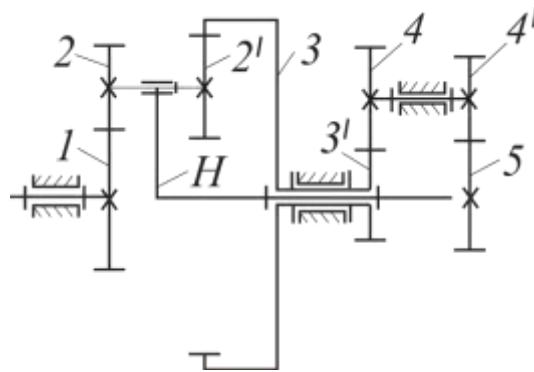


Рисунок 5.17 – Замкнутый дифференциальный механизм

Степень подвижности механизма определяется выражением

$$W = 3n - 2p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 5 - 4 = 1 .$$

При исследовании механизмов, состоящих из последовательно соединенных ступеней с неподвижными и подвижными осями колес, общее передаточное отношение определяется как произведение передаточных отношений отдельных ступеней, определяемых по соответствующим формулам.

5.5. Теория зубчатого зацепления

5.5.1. Основная теорема плоского зацепления

На первый взгляд кажется, что расположение любого профиля зубьев по цилиндрической поверхности колес обеспечивает постоянное передаточное отношение. Однако это не так. При произвольной форме профиля зубьев график зависимости передаточного отношения во времени представляет собой некоторую волнистую линию. Даже незначительное колебание передаточного отношения приводит к ударам зубьев.

Рассмотрим зацепление двух зубьев двух профилей (рис. 5.18), где колесо 1 – ведущее, вращающееся со скоростью ω_1 , а колесо 2 – ведомое, вращающееся со скоростью ω_2 .

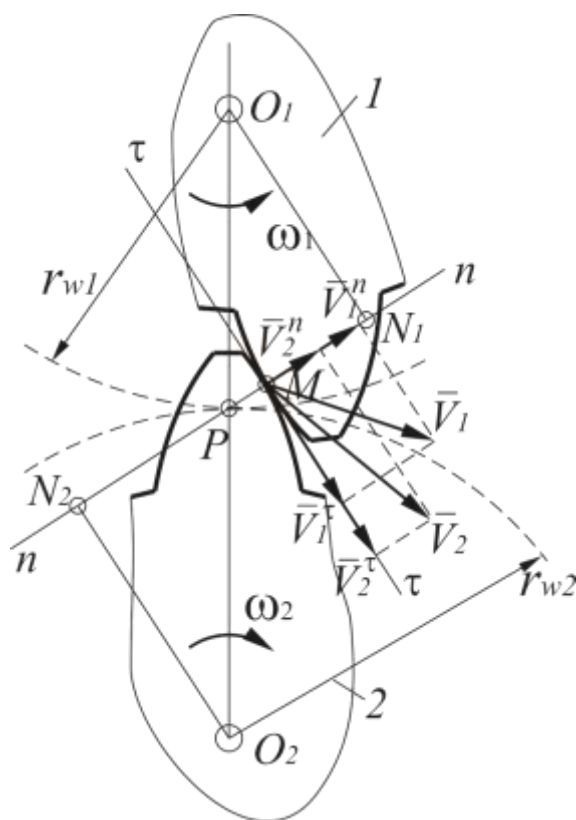


Рисунок 5.18 – Зубчатое зацепление

Окружные скорости точки М каждого из колес определяются по формуле

$$V_1 = \omega_1 \cdot O_1M, \quad V_2 = \omega_2 \cdot O_2M. \quad (5.8)$$

Через точку М проведем нормаль nn и касательную $\tau\tau$ и спроецируем на них скорости V_1 и V_2 . Проекции скоростей V_1^τ и V_2^τ на касательную $\tau\tau$ не равны между собой, что свидетельствует о наличии скольжения между профилями. Проекции же V_1^n и V_2^n на нормаль nn непременно должны быть равны между собой, т. е. $V_1^n = V_2^n$. Действительно, если $V_1^n > V_2^n$, то профиль первого зуба внедрится в профиль второго, если же $V_1^n < V_2^n$, то произойдет расцепление профилей. Оба явления при нормальном зацеплении недопустимы.

Опустим перпендикуляры из центров колес O_1 и O_2 на нормаль nn и рассмотрим треугольники O_1N_1M и $MV_1^nV_1$. Стороны этих тре-

угольников взаимно перпендикулярны, поэтому треугольники подобны. Из их подобия следует, что

$$\frac{V_1^n}{V_1} = \frac{O_1N_1}{O_1M},$$

откуда

$$V_1^n = \frac{V_1}{O_1M} O_1N_1 = \omega_1 \cdot O_1N_1.$$

Аналогично из подобия треугольников O_2N_2M и $MV_2^n V_2$ следует, что $V_2^n = \omega_2 \cdot O_2N_2$. Поскольку $V_1^n = V_2^n$, получаем $\omega_1 \cdot O_1N_1 = \omega_2 \cdot O_2N_2$, откуда

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2N_2}{O_1N_1}. \quad (5.9)$$

Рассматривая подобные (вследствие равенства углов) треугольники O_1N_1P и O_2N_2P , получаем соотношение

$$\frac{O_2N_2}{O_1N_1} = \frac{O_2P}{O_1P}. \quad (5.10)$$

Подставляя соотношение (5.10) в уравнение (5.11), находим:

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P}. \quad (5.11)$$

Уравнение (5.11) выражает смысл основной теоремы зацепления: **общая нормаль np к сопряженным профилям зубьев в точке касания делит линию центров O_1O_2 в точке P на части, обратно пропорциональные угловым скоростям.**

Основная теорема зацепления (**теорема Виллиса**) устанавливает требование к боковым профилям зубьев цилиндрических колес для обеспечения строго постоянного передаточного отношения, т. е. обеспечения нормального зацепления в течение полного оборота ведущего звена.

Анализируя уравнение (5.11), можно сделать вывод, что для обеспечения постоянного передаточного отношения при заданном межосевом расстоянии O_1O_2 отношение $\frac{O_2P}{O_1P}$ должно быть постоянным, т. е. точка P должна занимать неподвижное положение на линии центров в период зацепления зубьев. Если это условие выполняется, то окружности радиусов r_{w1} и r_{w2} , проведенные из центров O_1 и O_2 , при работе механизма будут катиться одна по другой без скольжения.

Заметим, что точка P пересечения общей нормали к профилям с линией центров O_1O_2 называется **полюсом зацепления**, а окружности радиусов r_{w1} и r_{w2} называются **начальными окружностями** зубчатых колес.

Таким образом, профили зубьев должны быть такими, чтобы в любой момент зацепления общая нормаль к профилям в точке их касания проходила через полюс зацепления.

Среди кривых, отвечающих требованию основной теоремы зацепления, наиболее распространена **эвольвента**. В качестве образующей зубьев эвольвенту предложил в 1766 г. выдающийся ученый Л. Эйлер.

5.5.2. Основные элементы цилиндрических нормальных колес

На основные параметры зубчатых колес стандартом установлены определенные нормы. Колеса, изготовленные в соответствии с этими нормами, называют **нормальными колесами**, или **нулевыми**. Рассмотрим сечение части колеса плоскостью, перпендикулярной оси вращения (рис. 5.19)

Расстояние между одноименными точками двух соседних зубьев, измеренное по дуге окружности, называют **шагом** и обозначают p . Естественно, что величина шага зависит от выбранной окружности, по которой измеряется шаг.

Делительная окружность – это теоретическая окружность зубчатого колеса, на которой модуль и шаг принимают стандартные значения.

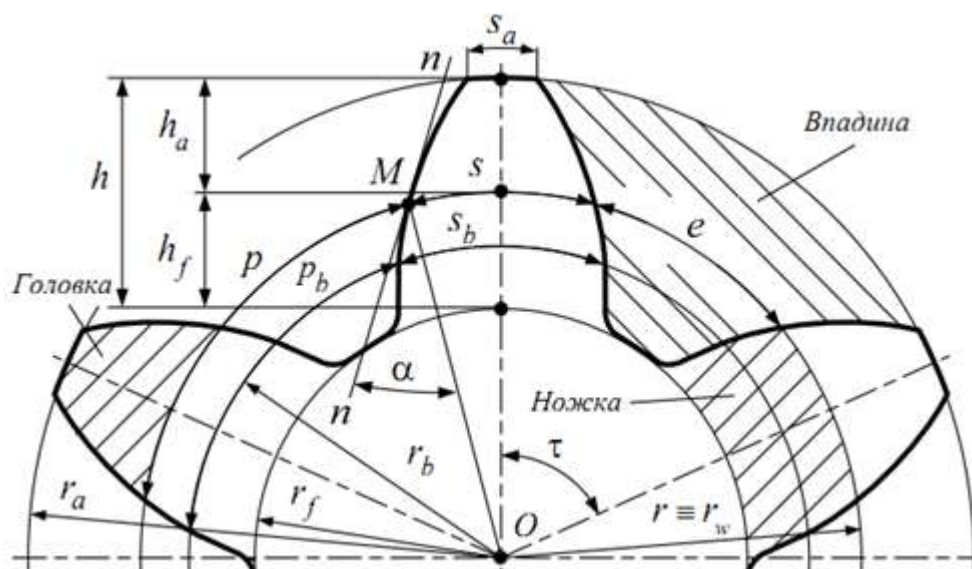


Рисунок 5.19 – Основные параметры цилиндрического нормального колеса

Диаметр делительной окружности

$$d = z \cdot m. \quad (5.12)$$

Линейная величина, в π раз меньшая окружного шага, или равная отношению шага p по любой концентрической окружности зубчатого колеса к числу π , называется **модулем**:

$$m = \frac{p}{\pi} = \frac{d}{z}. \quad (5.13)$$

Модуль зубчатого колеса – основная стандартная величина. Его единица измерения – миллиметры.

На колесе можно провести бесчисленное множество окружностей, на каждой из которых будет иметься свой модуль. В зависимости от вида окружности, по которой определяется модуль, различают несколько основных видов модулей: **делительный, основной, начальный**. Для косозубых колес дополнительно различают нормальный, торцевой и осевой модули. Для ограничения числа модулей ГОСТ 9563-60 установлено два ряда модулей, до которых следует округлять расчетные значения модуля, и которые определяются по делительной окружности.

В *первом*, предпочтительном, ряду предусмотрены следующие модули:

0,05; 0,06; 0,08; 0,1; 0,12; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,8; 1,0; 1,25; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20; 25; 32; 40; 50; 60; 80; 100.

Во *втором* ряду предусмотрены модули, промежуточные между модулями первого ряда, например: 3,5; 4,5; 5,5 и т. д.

В зацеплении двух колес делительные окружности иногда совпадают с соответствующими начальными окружностями. Профили зубьев имеют часть, выступающую за делительную окружность, называемую *головкой зуба*, и часть, лежащую внутри делительной окружности, называемую *ножкой зуба*. Обычно высоту h_a головки зуба и высоту h_f ножки зуба принимают следующими:

$$h_a = m; h_f = 1,25m. \quad (5.14)$$

Сумма высот головки h_a и ножки h_f соответствует **высоте зубьев h** :

$$h = h_a + h_f. \quad (5.15)$$

Большой размер ножки по сравнению с головкой обеспечивает **зазор между головками зубьев и впадинами $c^* = 0,25 m$** .

С учетом изложенного **диаметр вершин зубьев** колеса

$$d_a = d + 2h_a = mz + 2m = m(z + 2). \quad (5.16)$$

Толщина зуба S по делительной окружности и ширине впадины e у нормальных колес одинаковые, т. е.

$$S = e = 0,5 \pi m. \quad (5.17)$$

Диаметр впадин у нормальных колес

$$D_f = d - 2h_f = mz - 2 \cdot 1,25m = m(z - 2,5). \quad (5.18)$$

Остальные размеры несущественно влияют на характер зацепления.

5.5.3. Эвольвента окружности

Эвольвента – это кривая, которую описывает точка прямой линии, перекатывающейся по окружности без скольжения (рис. 5.20).

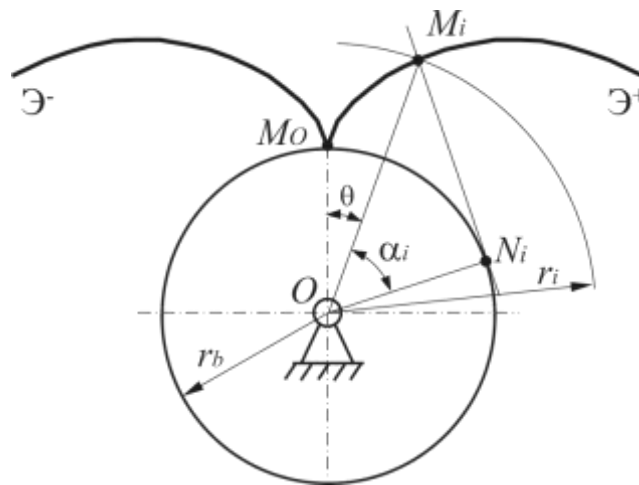


Рисунок 5.20 – Эвольвента окружности

Зацепление, у которого профили зубьев выполнены по эвольвенте, называют **эвольвентным зацеплением**. Преимущества этого зацепления:

- простота изготовления, причем оба колеса, входящие в зацепление, могут быть изготовлены одним и тем же инструментом;
- плавность и незначительный шум в работе;
- при монтаже допускается погрешность в межосевом расстоянии;
- высокая прочность зубьев при изгибе, так как их толщина увеличивается от вершины к основанию;
- при равномерном вращении колес точка контакта перемещается равномерно по прямой линии, что обеспечивает плавность и постоянство передачи усилия в одном направлении.

Однако есть и **недостатки**:

- касательные составляющие скоростей не равны по значению; наряду с перекатываем профилей происходит их проскальзывание, вызывающее трение скольжения и износ профилей;
- неравномерность скольжения в зоне контакта зубьев, что служит причиной неравномерного износа зубьев вдоль боковых поверхностей, вызывающего искажение эвольвентного профиля, нарушение основной теоремы зацепления и, как следствие, удары зубьев;
- прочность зубьев внешнего зацепления в зоне контакта мала вследствие соприкосновения выпуклых поверхностей.

Окружность радиуса r_b , по которой перекатывается прямая при образовании эвольвенты, называется **основной окружностью**.

Прямая, перекатываемая по окружности, называется **производящей прямой**.

Свойства эвольвенты окружности:

– производящая прямая является одновременно касательной к основной окружности и нормалью ко всем производимым ею эвольвентам;

– две эвольвенты одной и той же основной окружности эквидистантны (т. е. расстояние между эвольвентами в направлении нормали везде одинаковое);

– с увеличением радиуса основной окружности эвольвента становится более полой и при стремлении радиуса к бесконечности эвольвента обращается в прямую линию;

Соотношение $\operatorname{tg} \alpha - \alpha = \theta$ называется **эвольвентной функцией**, или **инволютой** угла α : $\operatorname{inv} \alpha$, т. е.

$$\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \alpha. \quad (5.19)$$

Угол θ называется углом развернутости эвольвенты. Значения эволют легко определяются.

Например: $\operatorname{inv} 20^\circ = \operatorname{tg} 20^\circ - (20^\circ \cdot \pi / 180^\circ) = 0,0149$.

Для эвольвентной функции составлены таблицы, аналогичные тригонометрическим функциям.

5.5.4. Эвольвентное зацепление. Линия зацепления. Угол зацепления

По ГОСТ 16530-83 трехзвенный зубчатый механизм называется зубчатой передачей. Зубчатая передача с параллельными осями вращения колес называется цилиндрической, так как мгновенная ось вращения в относительном движении зубьев у каждого из колес располагается на цилиндрической поверхности – на начальном цилиндре радиусом r_w , соответственно, r_{w1} и r_{w2} .

Рассмотрим эвольвентное зацепление двух колес: с центром вращения в точке O_1 (рис. 5.21) и с центром вращения в точке O_2 .

Точка контакта M зубьев эвольвентного профиля всегда перемещается по прямой mn . Эту прямую, являющуюся геометрическим местом точки касания зубьев, называют **линией зацепления**.

В зубчатых механизмах эвольвентного профиля линия зацепления представляет собой прямую линию, являющуюся общей касательной к основным окружностям и в то же время общей нормалью к профилям зубьев в любой точке их касания. Так как нормаль mn со-

храняет постоянное положение в плоскости вращения колес, то и полюс зацепления P не меняет своего положения, т. е. эвольвентное зацепление удовлетворяет основной теореме зацепления.

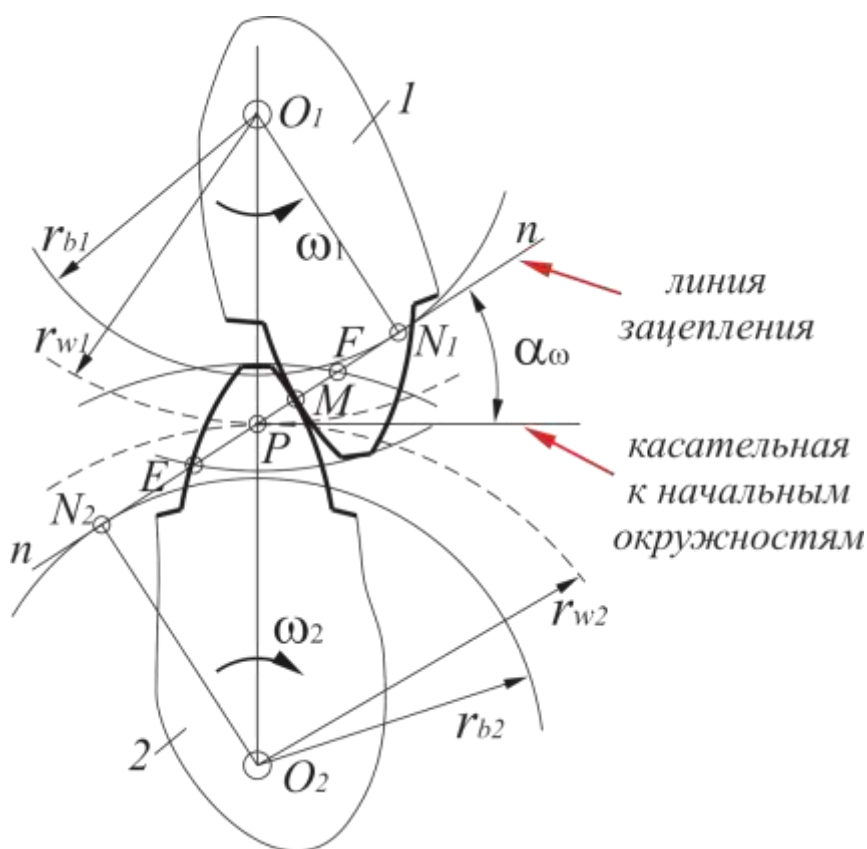


Рисунок 5.21 – Определение линии зацепления

Угол α_w между нормалью pn и общей касательной к начальным окружностям называют **углом зацепления**. Стандартный угол зацепления $\alpha_w = 20^\circ$.

Реальные эвольвенты ограничены по высоте окружностями вершин зубьев и поэтому взаимодействуют лишь на ограниченной части линии зацепления. Чтобы найти границы этой части, необходимо проследить за движением точки контакта M . При вращении колес точка касания зубьев перемещается по линии зацепления в направлении от точки E к F . По достижении точки F точка касания оказывается на вершине зуба нижнего колеса. При дальнейшем вращении колес с прежними скоростями точка касания переходит на несуществующее эвольвентное продолжение профиля зуба, и, следовательно, зубья выходят из зацепления. Таким образом, точка F – это точка выхода зубьев из зацепления.

В такой же роли оказывается и точка E при вращении колес в обратную сторону. При существующем направлении вращения точка E является точкой входа зубьев в зацепление. Отрезок EF , на котором происходит зацепление реальных ограниченных по высоте зубьев, называется **активной линией зацепления**. Чтобы не было интерференции, отрезок EF должен находиться внутри N_1N_2 , поэтому N_1N_2 – это также линия допустимого зацепления.

Как отмечено выше, зубья входят в зацепление в точке E . По отношению к зубу нижнего колеса эта точка находится вблизи его основания. При дальнейшем движении точка касания перемещается к вершине зуба. Ниже E точка касания никогда не бывает, следовательно, верхняя часть профиля является рабочей, нижняя – не рабочей. Рабочую часть называют **активным профилем зуба**.

5.5.5. Дуга зацепления. Коэффициент перекрытия

Рассмотрим смещение профиля зуба за время зацепления одной пары зубьев. Пусть в момент начала зацепления профиль зуба первого колеса занимает положение I (рис. 5.22), а в конце зацепления – положение II . При этом AB – рабочая линия зацепления. За время перемещения профиля из первого положения во второе любая точка, лежащая на начальной окружности, проходит некоторый путь dd' .

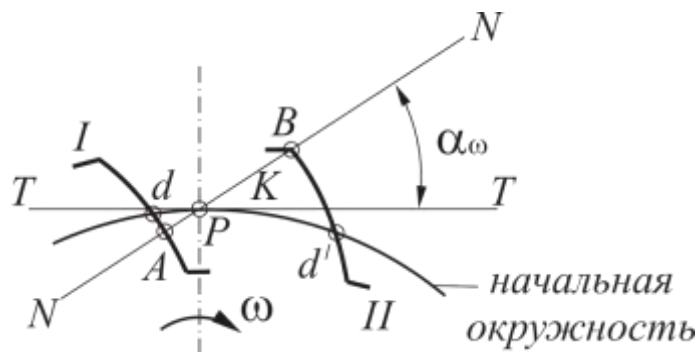


Рисунок 5.22 – Дуга зацепления

Дуга dd' , на которую переместится любая точка зуба, лежащая на начальной окружности за время зацепления одной пары сопряженных профилей, называется **дугой зацепления**.

Так как начальные окружности обоих колес катятся одна по другой без скольжения, то такой же путь пройдет и любая точка профиля зуба второго колеса, лежащая на его начальной окружности.

После того как рассматриваемый профиль зуба первого колеса выйдет из зацепления (точка B), дальнейшая работа зубчатой передачи возможна только за счет другого профиля зуба, следующего за первым на расстоянии шага p_t . При этом зуб, следующий за первым, должен входить в зацепление раньше, чем первый зуб выйдет из зацепления. Это возможно лишь в том случае, когда дуга зацепления больше шага зацепления, т. е. при выполнении условия $\cup dd' > p_t$, (рис. 5.22). Отсюда можно сделать вывод, что *если дуга зацепления больше шага зацепления, то при работе передачи периодически наблюдаются такие промежутки времени, когда в зацеплении находится либо одна пара зубьев, либо одновременно две пары зубьев, причем работа одной пары зубьев перекрывает работу другой пары.*

Отношение дуги зацепления к шагу зацепления называется **коэффициентом перекрытия**:

$$\varepsilon_\alpha = \cup dd' / p_t.$$

Обеспечить плавную работу передачи можно лишь в том случае, если $\varepsilon_\alpha > 1$. Наименьшее допустимое значение коэффициента перекрытия принимают $\varepsilon_{amin} = 1,1$, наибольшее его значение $\varepsilon_{amax} < 1,98 = 2$ при угле зацепления $\alpha_w = 20^\circ$.

Раскроем физический смысл коэффициента перекрытия. Пусть $\varepsilon_\alpha = 1,22$. Это значит, что в течение 22 % всего времени работы передачи в зацеплении находятся две пары зубьев, а в течение 78 % – одна пара.

На практике дугу зацепления измерить довольно трудно, однако ее можно выразить через длину AB рабочей линии зацепления:

$$\cup dd' = \frac{AB}{\cos 20^\circ} \Rightarrow \varepsilon_\alpha = \frac{AB}{p_t \cos 20^\circ}. \quad (5.20)$$

Следует отметить, что переход работы прямозубой передачи с двух пар зубьев на одну пару (или наоборот) неизбежно приводит к скачкообразному изменению нагрузки на зубья и, как следствие, к ударам в механизме. Это нежелательное явление в значительной степени снижается в косозубых передачах, коэффициент перекрытия которых может быть доведен до $\varepsilon_\alpha = 9 \dots 10$.

5.5.6. Явление заклинивания зубчатой передачи

При увеличении коэффициента перекрытия ε_α за счет удлинения рабочей линии зацепления AB в передачах с эвольвентным зацеплением колес нередко возникает явление **заклинивания**.

Заклинивание происходит в том случае, когда окружность выступов большего из колес, например, колеса 2, пересекает линию зацепления NN в точке, лежащей дальше от полюса зацепления P , чем точка N_1 . Заклинивание также возможно, когда число зубьев одного из колес мало.

При касании зубьев на участке AN_1 линии зацепления головка зуба большего колеса 2 вдавливаются в ножку зуба меньшего колеса 1 и передача заклинивается.

Для предотвращения заклинивания радиус r_{a2} должен быть меньше расстояния O_2N_1 , т. е. $r_{a2} \leq O_2N_1$. Это условие приводит к соотношению

$$r_{a2} \leq \sqrt{a_w^2 \sin^2 \alpha_w + r_{b2}^2}, \quad (5.21)$$

где a_w – межосевое расстояние.

Явление заклинивания возможно и при внутреннем зацеплении, когда происходит так называемая интерференция зубьев, при которой головки зубьев малого колеса (шестерни) вдавливаются в головки зубьев большого колеса.

На практике заклинивание устраняют, рационально подбирая числа зубьев колес и исправляя (корректируя) зубчатые колеса в процессе изготовления.

5.5.7. Изготовление зубчатых колес

Существует достаточно много способов изготовления зубчатых колес. Все они могут быть отнесены к способу копирования и способу обкатки (огибания).

Способ копирования характерен тем, что профиль инструмента представляет точную копию колеса (при отливании или штамповке) или некоторой его части, например, одной впадины, фрезеруемой дисковыми или концевыми модульными фрезами. Этот способ малопроизводителен и требует большого комплекта зуборезного инструмента, а потому применяется редко.

Способ обкатки высокопроизводителен, позволяет получать профили зубьев высокой точности в результате непрерывного перемещения заготовки и инструмента. Инструментом служат *долбяк* в виде зубчатого колеса, *зубчатая рейка* (так называемая *гребенка*) и *червячная фреза*.

Зубчатые долбяки выполняют как зубчатое колесо с режущими зубьями, заточенными снизу как резцы (рис. 5.23, б).

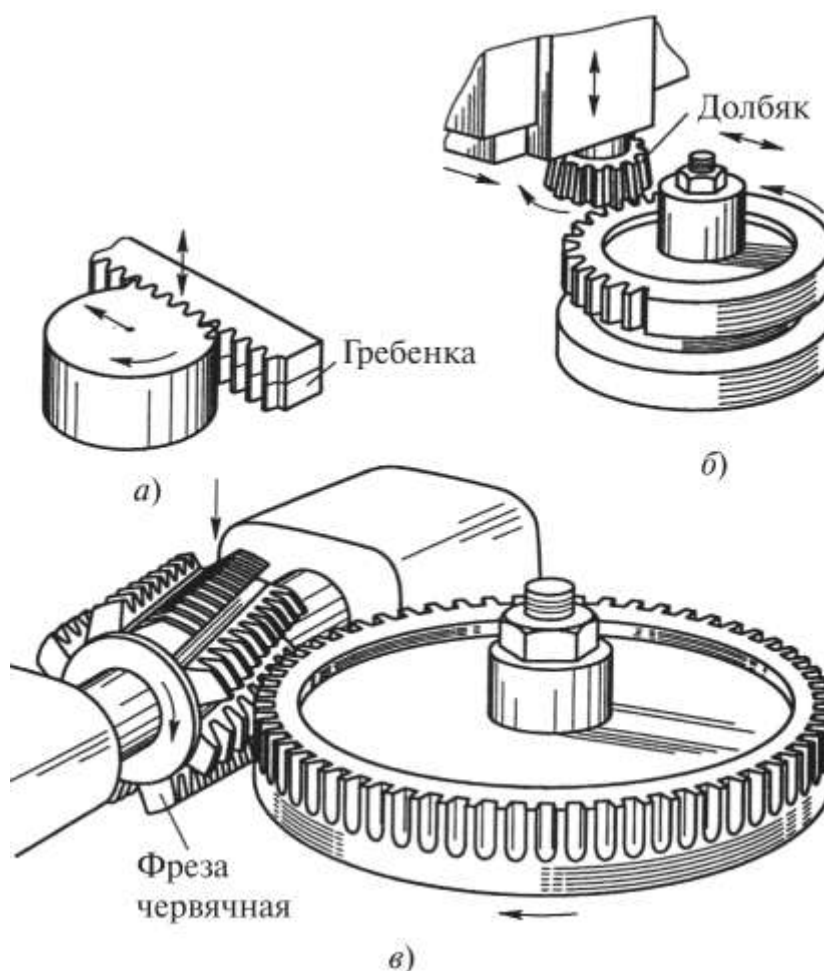


Рисунок 5.23 – Варианты нарезания зубьев

Сначала заготовка и инструмент не вращаются, но долбяк перемещается вниз, снимая часть металла, затем долбяк возвращается в исходное положение, проходя вдоль заготовки через то место, которое уже выдолблено. После этого долбяк и заготовка синхронно поворачиваются вокруг своих осей. Колесо будет готово, когда заготовка повернется на угол 360° .

Вместо зубчатого долбяка применяют *зубчатую рейку-долбяк* с режущими кромками, называемую *гребенкой*. *Гребенка* – это тот же

рассмотренный выше долбяк, только соответствующий бесконечно большому числу зубьев. На практике же она имеет 5...10 зубьев, поэтому при нарезании колес ее приходится переставлять, что снижает производительность. Гребенка совершает два поступательных движения (по оси x и по оси y), а заготовка – вращательное движение (рис. 5.23, а).

Производительность этого способа ниже, чем при использовании зубчатого долбяка, но точность изготовления самая высокая.

Червячная фреза в сечении, перпендикулярном оси вращения заготовки, имеет вид гребенки (рис. 5.23, в). Для нарезания зубьев по всей ширине зубчатого венца фреза, помимо вращения, перемещается поступательно. Этот способ, как и любой способ обкатки, позволяет нарезать не только нулевые (нормальные) зубчатые колеса, но и колеса с другими, более рациональными параметрами.

Зубчатые колеса, изготовленные при помощи нормального инструмента, но отличающиеся от нормальных колес, называют исправленными (**корригированными**) колесами.

Сечение фрезы в плоскости, перпендикулярной оси вращения заготовки, называют **исходным контуром инструментальной рейки**, или **производящим контуром**, который стандартизирован (ГОСТ 13755-2015). Сечение зубчатого колеса в плоскости, перпендикулярной оси вращения, называется **исходным контуром**.

Исходный контур и исходный производящий контур образуют между собой **конгруэнтную пару** (рис. 5.24), т. е. один контур заполняет другой контур без зазора.

Профиль зуба рейки отличается от исходного профиля тем, что высота головки увеличена на величину радиального зазора s^*t , т. е. головка зуба рейки вырезает ножку зуба в заготовке, и предусмотрен радиус сопряжения боковой поверхности зуба с окружностью впадин радиуса ρ_f . Радиальным зазором называют расстояние между окружностями впадин одного колеса и выступов другого колеса. Прямая, проходящая посередине прямолинейной части зуба, называется **делительной прямой**. По этой прямой толщина зуба равна ширине впадины – $s = e$. Модуль t , в долях которого определяют размеры исходного контура, выбирают из указанного ранее стандартного ряда модулей. Остальные параметры по ГОСТ 13755-2015 имеют следующие значения:

$h_a^* = 1$ – коэффициент высоты головки зуба;

$h_f^* = 1,25$ – коэффициент высоты ножки зуба;

$c^* = 0,25$ – коэффициент радиального зазора;

$\rho_f = 0,4m$ – радиус закругления;

$\alpha = 20^\circ$ – угол профиля.

Заметим, что в автотракторной отрасли промышленности применяют режущий инструмент, предусматривающий изготовление колес с укороченным зубом, у которого $h_a^* = 0,8$.

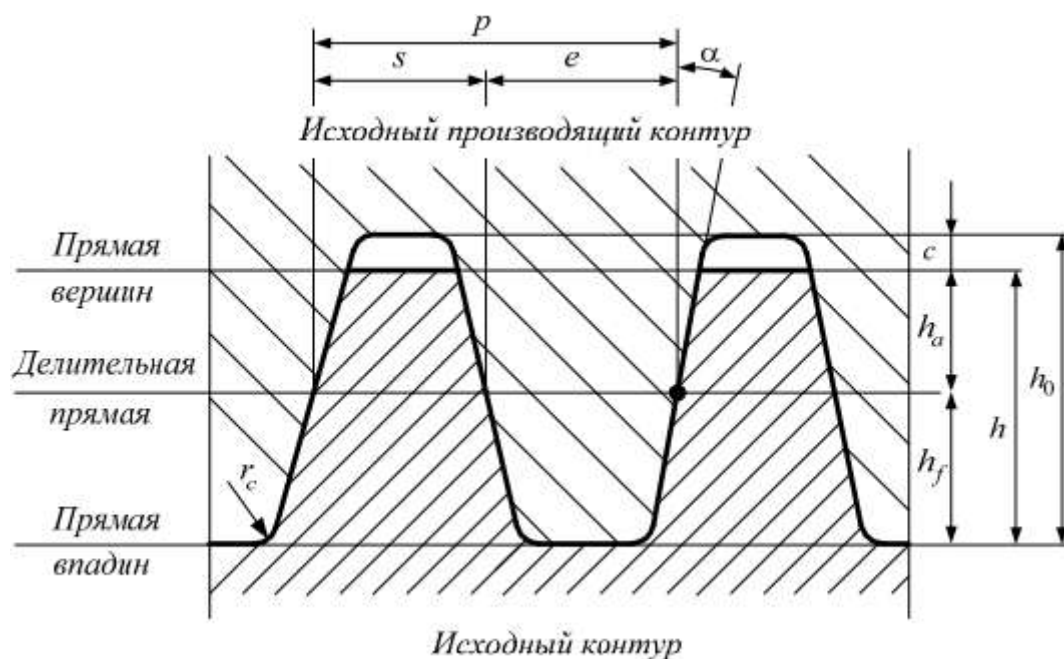


Рисунок 5.24 – Схема исходного производящего контура

Высота исходного производящего контура

$$h_0 = h_0^* \cdot m, \quad (5.22)$$

где h_0^* – коэффициент высоты исходного производящего контура.

Высота исходного контура

$$h = h_0 - c, \quad (5.23)$$

где c – радиальный зазор:

$$c = c^* \cdot m. \quad (5.24)$$

Высота исходного контура с учетом коэффициента радиального зазора

$$h = m (h_0^* - c^*). \quad (5.25)$$

Высота исходного контура раскладывается на высоты головки и ножки

$$h = h_a + h_f \quad (5.26)$$

Высота головки зуба:

$$h_a = h_a^* m \quad (5.27)$$

Высота ножки зуба:

$$h_f = h_f^* m \quad (5.28)$$

5.5.8. Виды зубчатых колес в зависимости от расположения исходного производящего контура

В зависимости от расположения исходного производящего контура относительно исходного контура заготовки колеса различают три варианта настройки системы «станок–заготовка»:

1. Станочная начальная прямая (СНП) является касательной к делительной окружности колеса, а делительная прямая (ДП) режущего инструмента совпадает с этой прямой (рис. 5.25, а). Настройка системы «станок–заготовка» соответствует изготовлению **нулевых колес**, или **колес без смещения** ($x = 0$). При этом делительная и начальная окружности совпадают, а толщина зуба по делительной окружности s равна ширине впадины e , т. е. $s = e$.

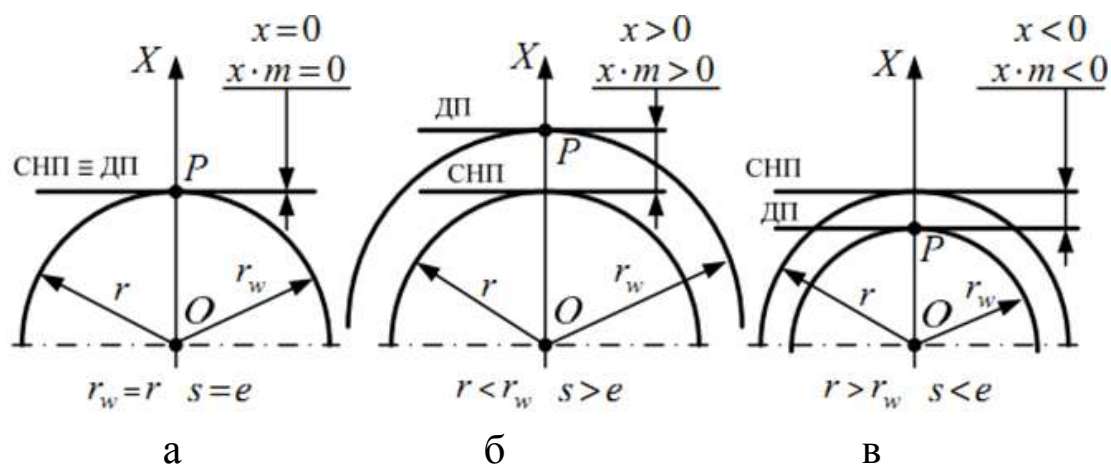


Рисунок 5.25 – Варианты нарезания зубьев реечным инструментом

2. СМП является касательной к делительной окружности колеса, а ДП режущего инструмента смещена относительно этой прямой на величину $x \cdot m$ в положительном направлении оси x (рис. 5.25, б). Настройка системы «станок–заготовка» соответствует изготовлению **положительных колес**, или **колес с положительным смещением** ($x > 0$). При этом начальная окружность смещается таким образом, чтобы делительная прямая режущего инструмента являлась бы касательной к этой окружности, а толщина зуба по делительной окружности s становится больше ширины впадины e , т. е. $s > e$, и определяется по формуле

$$S = 0,5 \cdot \pi \cdot m + 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha. \quad (5.29)$$

3. СМП является касательной к делительной окружности колеса, а ДП режущего инструмента смещена относительно этой прямой на величину $x \cdot m$ в отрицательном направлении оси x (рис. 5.25, в). Настройка системы «станок–заготовка» соответствует изготовлению **отрицательных колес**, или **колес с отрицательным смещением** ($x < 0$). При этом начальная окружность смещается таким образом, чтобы делительная прямая режущего инструмента являлась бы касательной к этой окружности, а толщина зуба по делительной окружности s становится меньше ширины впадины e , т. е. $s < e$, и определяется по формуле (5.29).

При нарезании зубчатых колес со смещением профилеобразующая кривая зуба изменяется и становится отличной от эвольвенты, так как для ее образования используются участки разных эвольвент.

Следует отметить, что независимо от смещения радиус основной окружности не изменяется, $r_g = 0,5 \cdot m \cdot z \cdot \cos 20^\circ$, т. е. смещение влияет только на толщину зуба. С увеличением положительного смещения уменьшается толщина зуба по окружности выступов.

5.5.9. Интерференция при нарезании зубчатых колес

При нарезании зубчатых колес способом обкатки режущий инструмент и заготовку можно рассматривать как зубчатую передачу. Однако в процессе нарезания заклинивания не происходит при любом числе нарезаемых зубьев, так как режущий инструмент срезает «мешающую» ему часть зуба нарезаемого колеса. В результате происходит **подрезание зубьев** колеса (рис. 5.26).

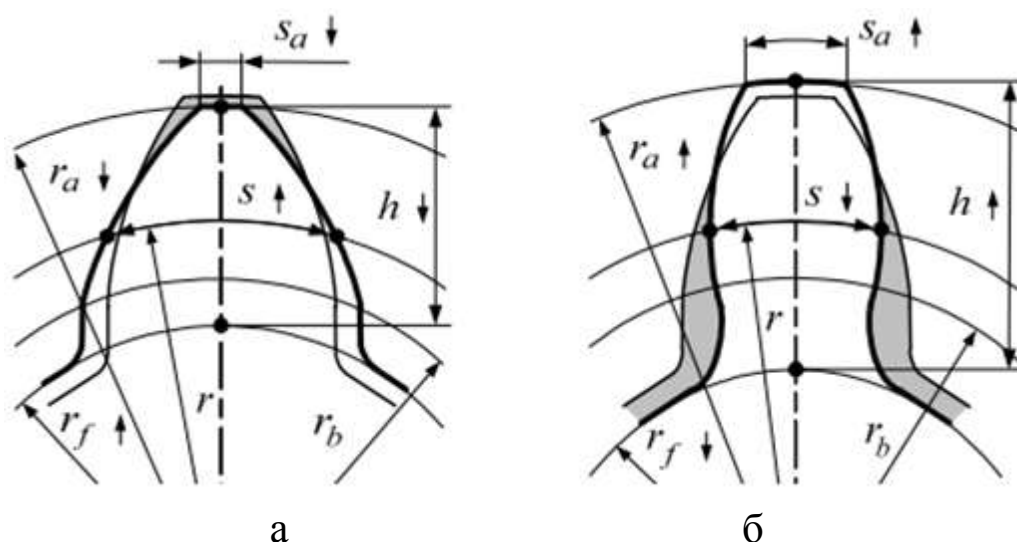


Рисунок 5.26 – Варианты подрезания зубьев

Подрезание зубьев – нежелательное явление, так как оно ослабляет опасное сечение зуба, работающего на изгиб, и уменьшает эвольвентную часть рабочего профиля зуба. Чтобы исключить подрезание, профиль зуба исправляют (*корректируют*), применяя положительное смещение, равное xm .

При выборе минимального относительного смещения x инструмента, предотвращающего подрезание зубьев, следует соблюдать условие

$$x \geq \frac{17 - z}{17}, \quad (5.30)$$

где z – число зубьев нарезаемого колеса.

Используя положительный сдвиг инструмента, можно нарезать колеса с малым числом зубьев, исключив их подрезание, что очень важно, так как с этим связано уменьшение габаритных размеров и увеличение передаточного отношения. Однако если число зубьев колеса сделать меньше восьми, то сдвиг получится очень большой, что приведет к чрезмерному заострению зуба и резкому снижению коэффициента перекрытия передачи. Поэтому в машиностроении редко применяют колеса с числом зубьев меньше восьми.

Следует отметить, что минимально допустимая толщина зуба по окружности выступов $S_{a \min} = 0,3m$.

5.5.10. Блокирующий контур

Процесс определения геометрических параметров эвольвентных зубчатых колес с учетом значений коэффициентов относительного смещения называется *корригированием зубчатых колес*. Для выбора значений коэффициентов относительного смещения, удовлетворяющих условиям отсутствия заострения головок и подреза ножек зубьев зубчатых колес, используется блокирующий контур (рис. 5.27).

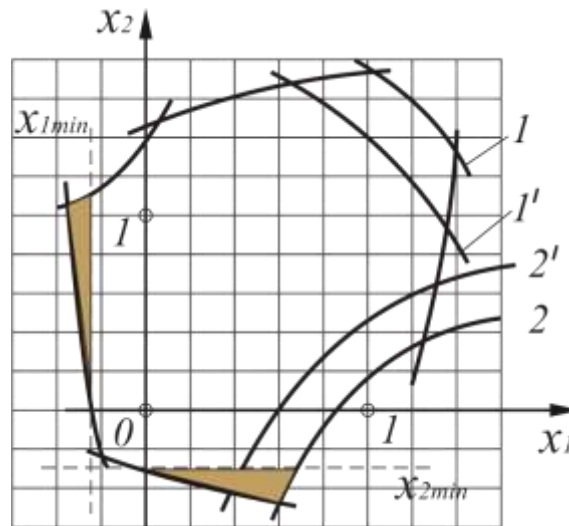


Рисунок 5.27 – Пример блокирующего контура

Блокирующий контур – это область сочетания коэффициентов относительного смещения пары зубчатых колес, удовлетворяющих ограничениям по порезу и заострению профилей зубьев, обеспечивающая оптимальное сочетание качественных показателей.

Каждый контур строится для определенного сочетания чисел зубьев z_1, z_2 , а также для определенного производящего контура и определенной системы расчета радиального зазора в рабочем зацеплении. Осями координат контура являются коэффициенты смещения x_1, x_2 . Коэффициенты смещения должны соответствовать любой точке, заключенной внутри контура или лежащей на его границе.

Выбор коэффициентов смещения на границе контура дает зацепление, у которого одно из указанных выше качеств оказывается на пределе допустимого. Например, выбор коэффициентов смещения на линии 1 дает зацепление с коэффициентом перекрытия $\varepsilon = 1$. На линии 2 – зацепление с толщиной зуба $s_{a1} = 0$.

На практике коэффициенты выбирают так, чтобы иметь некото-

рый запас качества. Ориентиром при этом служат добавочные линии контура, например $1'$, $2'$. Из них первая гарантирует $\varepsilon = 1,2$, вторая обеспечивает толщину $s_{a1} = 0,25 m$.

Выбор коэффициентов смещения в затененной зоне, расположенной левее прямой x_{1min} , дает зацепление с подрезом ножки зуба колеса 1 . Этот подрез не захватывает активный профиль зуба и поэтому допустим. Аналогичными свойствами обладает зона, лежащая ниже x_{2min} . Здесь подрезается ножка зуба колеса 2 .

5.5.11. Рекомендации по выбору коэффициентов смещений. Виды исправленных передач

Применение корригированных зубчатых колес в передачах позволяет:

- устранить подрезание ножек зубьев, заострение и срезание вершин зубьев;
- исключить возможное заклинивание или интерференцию проектируемого зубчатого зацепления;
- увеличить коэффициент перекрытия;
- уменьшить коэффициенты удельных скольжений, т. е. увеличить срок службы передачи;
- выровнять максимальные значения коэффициентов удельных скольжений колес зубчатой пары;
- повысить контактную и изгибную прочность зубьев;
- спроектировать зубчатую передачу с учетом заданного межцентрового расстояния.

Заметим, что невозможно выбрать такие коэффициенты смещения, чтобы получить оптимальные значения всех показателей зацепления. Обычно улучшение одного показателя не приводит к желаемому улучшению другого, а иногда и ухудшает его. Поэтому вопрос об улучшении зацепления за счет назначения соответствующих коэффициентов смещения довольно сложен и противоречив.

При назначении коэффициентов смещений x_1 и x_2 каждого из зубчатых колес, входящих в зацепление, следует учитывать конкретные условия работы механизма. Например, если передача закрытая, то коэффициенты рекомендуется определять по системе В. Н. Кудрявцева, базирующейся на условии высокой контактной прочности боковых поверхностей взаимодействующих между собой зубьев. Для открытых передач применяют рекомендации центрального конструк-

торского бюро редукторостроения (ЦКБР), по которой можно получить выравненные значения коэффициентов удельных скольжений на ножках зубьев обоих колес пары. Коэффициенты смещений указаны в справочной литературе в виде таблиц, номограмм. Эти коэффициенты можно также рассчитать по той или иной методике.

В зависимости от смещений, выбранных для каждого колеса, можно получить передачи трех типов, различающихся расположением начальных и делительных окружностей.

Тип 1 – нормальное, или нулевое, зацепление, у которого $x_1 + x_2 = 0$. Это условие выполняется в двух случаях:

– при $x_1 = x_2 = 0$, т. е. когда передача составлена из некорригированных зубчатых колес. Такое зацепление рекомендуется при $z_1 \geq 30$ (число зубьев меньшего колеса);

– $x_1 = -x_2$ – это равносмещенное, или компенсированное зацепление. Утолщение зуба первого колеса компенсируют уменьшением толщины зуба второго колеса, в связи с чем делительные окружности совпадают с начальными. При этом не изменяется межосевое расстояние a_w , угол зацепления α_w и коэффициент перекрытия ε_α . Изменяется лишь соотношение высот головок и ножек зубьев. Толщина зуба по делительной окружности одного колеса равна ширине впадины по делительной окружности другого колеса. Такая передача обычно рекомендуется при $z_1 < 30$, $z_1 + z_2 > 60$.

Тип 2 – положительное неравносмещенное зацепление, при котором $x_1 + x_2 > 0$. Обычно принимают $x_1 > 0$, $x_2 > 0$. У обоих колес по делительным окружностям толщина зуба больше половины шага $0,5 p_1$, а ширина впадины меньше $0,5 p_1$. Начальными становятся окружности, которые больше делительных. Увеличиваются межцентровое расстояние a_w и угол зацепления при сборке передачи, т. е. $\alpha_w > 20^\circ$. Рост α_w сопровождается снижением коэффициента перекрытия, поэтому большие смещения применять не рекомендуется.

Тип 3 – отрицательное неравносмещенное зацепление, при котором $x_1 + x_2 < 0$. По делительным окружностям толщина зуба одного из колес меньше ширины впадины другого. Уменьшаются межосевое расстояние (по сравнению с нулевым зацеплением) и угол зацепления в сборке ($\alpha_w < 20^\circ$).

Передачи второго и третьего типов называют **передачами с угловой коррекцией**.

5.6. Рекомендации и пример проектирования эвольвентной прямозубой передачи с внешним зацеплением

5.6.1. Расчет скорректированного зацепления при произвольном межосевом расстоянии

Дано: z_1 и z_2 – числа зубьев проектируемой передачи;
 m – модуль зубчатых колес;
 $\alpha=20^\circ$ – угол производящего контура.

Решение: вычисляем радиусы делительных окружностей:

$$r_1 = 0,5mz_1; r_2 = 0,5mz_2.$$

Радиусы основных окружностей:

$$r_{b1} = 0,5mz_1 \cos \alpha; r_{b2} = 0,5mz_2 \cos \alpha.$$

Назначаем (или рассчитываем) коэффициенты смещений режущего инструмента. Варианты могут быть разными:

а) $z_1 \geq 17; z_2 \geq 17$ – можно проектировать нулевое зацепление, т. е. принимать $x_1 = x_2 = 0$;

б) $z_1 \leq 17; z_2 \leq 17$ – математически обоснованного решения нет.

Для несилловых передач (кинематических, т. е. с малыми нагрузками) рекомендуется принимать следующие значения x_1 и x_2 :

$x_1 = 0; x_2 = 0$	при z_1 и $z_2 \geq 17$;
$x_1 = 0,3; x_2 = -0,3$	при $z_1 = 12 \dots 16$;
$x_1 \geq (1 - 0,058 z_1); x_2 \geq (1 - 0,058 z_2)$	при $z_1 = 7 \dots 11$ и $z_2 \geq 22$.

Для силовых передач (трансмиссий) рекомендуют следующие смещения:

$x_1 = 0; x_2 = 0$	при z_1 и $z_2 \geq 30$;
$x_1 = 0,3; x_2 = -0,3$	при $z_1 = 14 \dots 20$ и $z_2 \geq 50$;
$x_1 = 0,5; x_2 = 0,5$	при $z_1 = 10 \dots 30$ и $z_2 \leq 30$;
$x_1 = 0,5; x_2 = 0$	при $z_1 = 10 \dots 30$ и $z_2 \geq 32$;
$x_1 \geq 0,03(30 - z_1); x_2 \geq 0,03(30 - z_2)$	при $z_1 = 5 \dots 9$ и $z_2 \leq 30$.

Угол зацепления в сборке находим по значению инволюты угла зацепления, определяемой по формуле

$$\text{inv}\alpha_w = \text{inv}20^\circ + \frac{2(x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} \text{tg}20^\circ.$$

Угол зацепления α_w находится по таблицам инволют. Вычисляем радиусы начальных окружностей:

$$r_{w1} = 0,5mz_1 \frac{\cos 20^\circ}{\cos \alpha_w}; \quad r_{w2} = 0,5mz_2 \frac{\cos 20^\circ}{\cos \alpha_w}.$$

Межосевое расстояние:

$$a_w = \frac{m(z_1 + z_2) \cos 20^\circ}{2 \cos \alpha_w}.$$

Радиусы окружностей впадин:

$$r_{f1} = m \left(\frac{z_1}{2} - h_a^* + x_1 - c^* \right); \quad r_{f2} = m \left(\frac{z_2}{2} - h_a^* + x_2 - c^* \right).$$

Радиусы окружностей вершин зубьев:

$$r_{a1} = a_w - r_{f2} - c^* \cdot m; \quad r_{a2} = a_w - r_{f1} - c^* \cdot m.$$

Расчет предусматривает зубчатую передачу без бокового зазора между зубьями и со стандартом, установленным радиальным зазором, $c^*m = 0,25m$, здесь c^* – коэффициент радиального зазора.

Коэффициент перекрытия

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1 \cdot \text{tg} \alpha_{a1} + z_2 \cdot \text{tg} \alpha_{a2} - (z_1 + z_2) \text{tg} \alpha_w}{2\pi}.$$

Углы профилей зубьев α_{a1} и α_{a2} по окружностям вершин находим по формулам:

$$a_{a1} = \arccos\left(\frac{r_{b1}}{r_{a1}}\right); a_{a2} = \arccos\left(\frac{r_{b2}}{r_{a2}}\right).$$

Минимально допустимое значение коэффициента перекрытия $\varepsilon_\alpha = 1,1$. Запас 0,03...0,1 необходим в виде допуска при изготовлении колес и неточности при сборке. Если при расчете получен $\varepsilon_\alpha = <1,1$, то следует уменьшить коэффициенты сдвига (предусмотреть возможное подрезание зубьев) и заново рассчитать зацепление.

Окружной шаг по делительной окружности

$$p_t = \pi m.$$

Толщины зубьев различают:
по делительной окружности:

$$s_1 = m\left(\frac{\pi}{2} + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha\right); s_2 = m\left(\frac{\pi}{2} + 2x_2 \operatorname{tg} \alpha\right);$$

окружности вершин:

$$S_{a1} = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{a1}} \left[\frac{\pi}{2} + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha - z_1 (\operatorname{inv} \alpha_{a1} - \operatorname{inv} \alpha) \right];$$

$$S_{a2} = m \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{a2}} \left[\frac{\pi}{2} + 2x_2 \operatorname{tg} \alpha - z_2 (\operatorname{inv} \alpha_{a2} - \operatorname{inv} \alpha) \right];$$

дугам основных окружностей:

$$S_{b1} = 2r_{b1} \left(\frac{S_1}{2r_1} + \operatorname{inv} 20^\circ \right);$$

$$S_{b2} = 2r_{b2} \left(\frac{S_2}{2r_2} + \operatorname{inv} 20^\circ \right);$$

дугам начальных окружностей:

$$S_{w1} = 2r_{w1} \left(\frac{S_1}{2r_1} + \text{inv}20^\circ - \text{inv}\alpha_w \right);$$

$$S_{w2} = 2r_{w2} \left(\frac{S_2}{2r_2} + \text{inv}20^\circ - \text{inv}\alpha_w \right).$$

Определение толщин зубьев по окружностям вершин – это проверка их на отсутствие заострения: толщина зуба того и другого колеса не должна превышать $0,3m$. Если s_{a1} или s_{a2} окажутся менее $0,3m$, то нужно конструктивно уменьшить радиус окружности вершин, но так, чтобы получить коэффициент перекрытия $\varepsilon_\alpha > 1,1$. Если это невозможно, то следует уменьшить коэффициенты сдвига x_1, x_2 и повторить весь расчет.

5.6.2. Расчет скорректированного зацепления при заданном межосевом расстоянии

Дано: z_1 и z_2 – числа зубьев проектируемой передачи;

m – модуль зубчатых колес;

a_w – межосевое расстояние;

$\alpha = 20^\circ$ – угол производящего контура.

Решение: определяем угол зацепления в сборке по формуле

$$\alpha_w = \arccos \left[\frac{m(z_1 + z_2) \cos 20^\circ}{2a_w} \right].$$

По таблицам инволют находим инволюту угла зацепления $\text{inv}\alpha_w$.

Рассчитываем суммарный относительный сдвиг инструмента:

$$x_c = x_1 + x_2 = \frac{(\text{inv}\alpha_w - \text{inv}20^\circ)(z_1 + z_2)}{2\text{tg}20^\circ}.$$

Вычисляем относительный сдвиг инструмента для каждого из колес:

для колеса 1 (шестерни):

$$x_1 \frac{17 - z_1}{17},$$

если $x_1 < 0,5x_c$, то следует принять $x_1 = 0,5x_c$;
для колеса 2:

$$x_2 = x_c - x_1.$$

Дальнейший расчет аналогичен предыдущему расчету при произвольном a_w .

5.7. Порядок вычерчивания зубчатой передачи

Построение картины внешнего эвольвентного зацепления включает в себя построение эвольвентных профилей зубьев шестерни и колеса, которое можно выполнить графическим или аналитическим способом. Рассмотрим применение *аналитического* способа, который заключается в определении ряда толщин зубьев на различных окружностях в пределах эвольвентной части профиля зуба.

Алгоритм построения эвольвентного зацепления

1. Задаем несколько окружностей радиуса r_i , лежащих между окружностью вершин и основной окружностью каждого из двух колес передачи, и определяем половину толщины зуба $s/2$ на каждой из них по формуле

$$s_i / 2 = r_i (A - \operatorname{inv} \alpha_i),$$

где

$$A = \frac{\frac{\pi}{2} + 2x \operatorname{tg} \alpha}{z} + \operatorname{inv} \alpha;$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 20^\circ = 0,364;$$

$$\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{inv} 20^\circ = 0,0149;$$

$\alpha_i = \arccos \frac{r_b}{r_i}$ – угол профиля зуба в точке на окружности радиуса r_i ;

x – коэффициент смещения шестерни или колеса;

z – число зубьев шестерни или колеса;

$\text{inv } \alpha_i = \text{tg } \alpha_i - \alpha_i$ – эвольвентная функция угла α_i .

2. Результаты расчета для шестерни и колеса заносим в таблицу 5.2. Среди выбранных окружностей, для которых определяются половины толщин зуба, должны быть начальные окружности радиусами r_w , окружности вершин и впадин зубьев радиусами r_a и r_b .

Таблица 5.2 – Параметры зубьев

Параметр	1	2	3	4	5
$r_i, \text{ мм}$					
$\alpha_i, \text{ град}$					
$\alpha_i, \text{ рад}$					
$\text{tg } \alpha_i$					
$\text{inv } \alpha_i$					
$s/2, \text{ мм}$					

3. Проводим линию центров O_1O_2 и откладываем на ней межосевое расстояние a_w (рис. 5.28).

4. Проводим начальные окружности радиусами r_{w1} и r_{w2} с центрами в точках O_1 и O_2 . Точку касания начальных окружностей, лежащую на линии центров, обозначаем P (полус зацепления).

5. Через точку P проводим линию зацепления np под углом α_w к прямой, перпендикулярной линии центров. Через точки O_1 и O_2 проводим перпендикуляры к линии зацепления. Точки пересечения этих перпендикуляров с линией зацепления обозначаем N_1 и N_2 .

6. Проводим окружности вершин, впадин, делительную и основную окружности радиусами $r_{a1}, r_{f1}, r_1, r_{b1}$ соответственно, с общим центром в точке O_1 .

5. Проводим окружности вершин, впадин, делительную и основную радиусами $r_{a2}, r_{f2}, r_2, r_{b2}$ соответственно, с центром в точке O_2 .

6. Точку пересечения окружности радиусом r_{a2} с линией зацепления обозначим через E . Точку пересечения окружности радиусом r_{a1} с линией зацепления обозначаем F . Отрезок EF является **активной линией зацепления**.

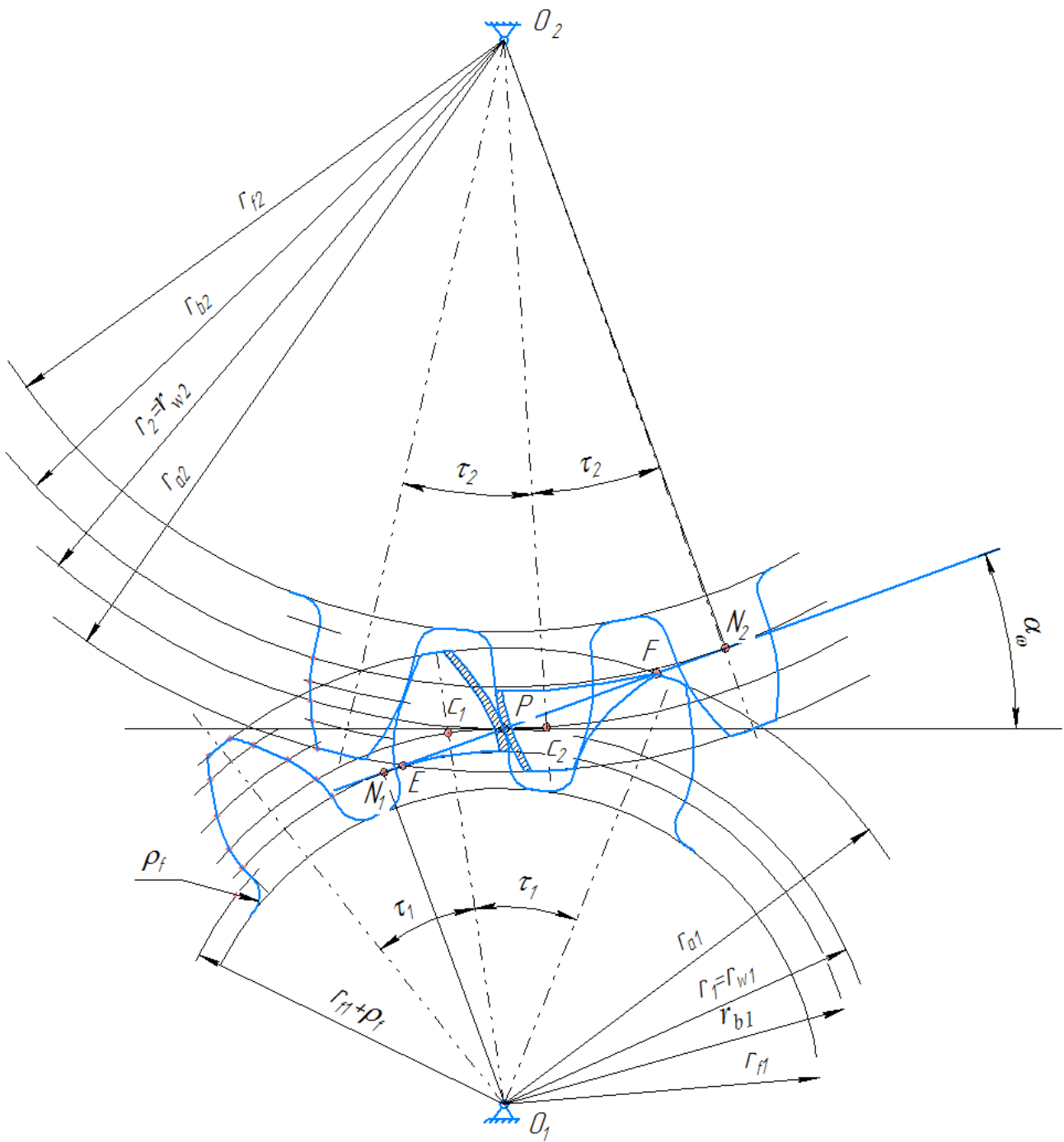


Рисунок 5.28 – Построение зубчатого зацепления

7. От точки P на начальной окружности шестерни I радиусом r_{w1} откладываем половину толщины зуба для этой окружности. Через полученную таким образом точку C_1 и точку O_1 проводим ось симметрии зуба шестерни I .

8. Проводим оси симметрии для двух других соседних зубьев шестерни I . Углы между осями симметрии зубьев равны угловому шагу:

$$\tau_1 = \frac{360^\circ}{z_1}.$$

9. От точки P по начальной окружности колеса 2 радиусом r_{w2} откладываем половину толщины зуба для этой окружности. Через полученную точку C_2 и точку O_2 проводим ось симметрии зуба колеса 2.

10. Проводим оси симметрии для двух других соседних зубьев колеса 2. Угловой шаг при этом

$$\tau_2 = \frac{360^\circ}{z_2}.$$

11. Строим профиль зуба шестерни 1. Для этого проводим ряд concentрических окружностей, радиусы которых берем из таблицы 5.2. Откладываем от оси симметрии зуба в одну и другую стороны половину толщины зуба на соответствующих окружностях, получаем точки бокового профиля зуба. Соединяем построенные таким образом точки плавной кривой линией.

12. Профиль зуба, лежащий между основной окружностью и точкой O_1 , очерчиваем радиальной прямой, сопряженной с окружностью впадин радиусом сопряжения ρ_f .

13. Построения профилей остальных зубьев шестерни 1 аналогичны построениям, изложенным в п.п. 11 и 12.

14. Построения профилей зубьев колеса 2 также аналогичны построениям, изложенным в п.п. 11 и 12.

15. Отмечаем активный профиль зуба шестерни 1. Для этого проводим дугу с центром в точке O_1 через точку E . Эта окружность ограничивает снизу активный профиль зуба шестерни 1. Сверху активный профиль ограничен окружностью вершин радиуса r_{a1} . На чертеже эта область отмечена заштриховкой.

16. Отмечаем активный профиль зуба колеса 2. Для этого проводим дугу с центром в точке O_2 через точку F . Эта окружность ограничивает снизу активный профиль зуба колеса 2. Сверху активный профиль ограничен окружностью вершин радиуса r_{a2} .

5.8. Определение коэффициента перекрытия графическим методом

После построения картины зацепления заданной пары зубчатых колес (рис. 5.28) определяем коэффициент перекрытия по формуле

$$\varepsilon_{\alpha}^2 = \frac{EF}{\pi \cdot m \cdot \cos \alpha},$$

где EF – длина активной линии зацепления (мм), которая определяется по чертежу на рисунке 5.27 с учетом масштаба построений.

Определяем погрешность построений $\Delta\varepsilon_{\alpha}$, сравнивая значения коэффициентов перекрытия передачи, найденных аналитическим ε_{α} и графическим $\varepsilon_{\alpha}^{\bar{a}}$ методами:

$$\Delta\varepsilon_{\alpha} = \left| \frac{\varepsilon_{\alpha} - \varepsilon_{\alpha}^{\bar{a}}}{\varepsilon_{\alpha}} \right| \cdot 100 \%.$$

Допустимое значение $\Delta\varepsilon_{\alpha}$ не должно превышать 5 %.

Вопросы для самопроверки по главе 5

1. Для чего предназначены зубчатые механизмы?
2. Что является основной кинематической характеристикой зубчатого механизма?
3. Приведите классификацию зубчатых механизмов.
4. В чем смысл кинематического анализа зубчатого механизма?
5. Приведите пример планетарного механизма и определите его передаточное отношение.
6. В чем смысл основной теоремы зацепления?
7. Перечислите основные параметры зубчатых колес.
8. Как образуется эвольвента?
9. Назовите основные преимущества и недостатки эвольвентного зацепления.
10. Перечислите основные свойства эвольвенты.
11. Как значение коэффициента перекрытия влияет на работоспособность зубчатой передачи, в чем его физический смысл?
12. Какие вы знаете способы изготовления зубчатых колес?
13. Что такое исходный контур и конгруэнтная пара?
14. Как влияет смещение исходного производящего контура относительно исходного контура заготовки колеса на профиль зуба?
15. В чем смысл корригирования зубчатых колес? Как в расчетах зубчатой пары колес применяется блокирующий контур?
16. Перечислите порядок построения эвольвентного зацепления.

ГЛАВА 6. ЗАДАНИЯ НА КУРСОВОЙ ПРОЕКТ

6.1. Требования к оформлению курсового проекта

Курсовой проект состоит из пояснительной записки и графической части.

Графические построения по каждому разделу курсового проекта могут выполняться в двух вариантах:

- вручную, на листах формата А1 (594×841 мм) в соответствии с требованиями ГОСТ ЕСКД;
- при помощи любого доступного графического редактора в соответствии с требованиями ГОСТ ЕСКД.

Пояснительная записка может также выполняться двумя способами:

- в рукописном варианте на листах формата А4 (210×297) в соответствии с ГОСТ 2.105-79 «Общие требования к текстовым документам»;
- при помощи компьютера в текстовом редакторе *Microsoft Word*, используя шрифт 14 и полуторный межстрочный интервал.

Пояснительная записка должна содержать следующее:

- титульный лист, пример оформления которого приведен в приложении А;
- лист «Содержание» пояснительной записки (см. прил. Б);
- лист «Задание на курсовой проект», содержащий исходные данные к каждому разделу проекта;
- основной текст пояснительной записки с подробным описанием расчетов и графических построений (см. прил. Б).

Лист «Содержание» выполняется на листе с основной надписью по форме 1, а все последующие листы пояснительной записки оформляются с основной надписью по форме 2.

Все необходимые для расчета формулы и уравнения следует записывать сначала в общем, буквенном виде, а затем записывать подставляемые числовые значения и только затем конечный результат вычислений с *обязательным указанием размерности*.

Чертежные листы формата А1 сворачиваются по ГОСТ 2.501-88, образец которого приведен в приложении В.

Если курсовой проект сдается преподавателю дистанционно, посредством электронного курса на платформе *Moodle*, то чертежные листы в виде картинок добавляются в файл пояснительной

записки, которая оформляется в текстовом редакторе *Microsoft Word* шрифтом номер 14 и полуторным интервалом.

6.2. Темы и исходные данные для курсового проекта

Тема курсового проекта выбирается в зависимости от **предпоследней цифры номера зачетной книжки** (студенческого билета) по таблице.

Определение темы курсового проекта

Предпоследняя цифра зачетной книжки (студенческого билета)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Номер темы курсового проекта	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1

Вариант численных значений из таблиц 6.2, 6.5 и 6.6 выбирается в зависимости **от последней цифры номера зачетной книжки** (студенческого билета).

Тема 1. Механизм сеного пресса

В сельскохозяйственном производстве при прессовании (брикетировании) сена или соломы в тюки применяются сенные прессы. Упрощенная схема подобного пресса изображена на рисунке 6.1, а. Численные значения для расчета сеного пресса представлены в таблице 6.1.

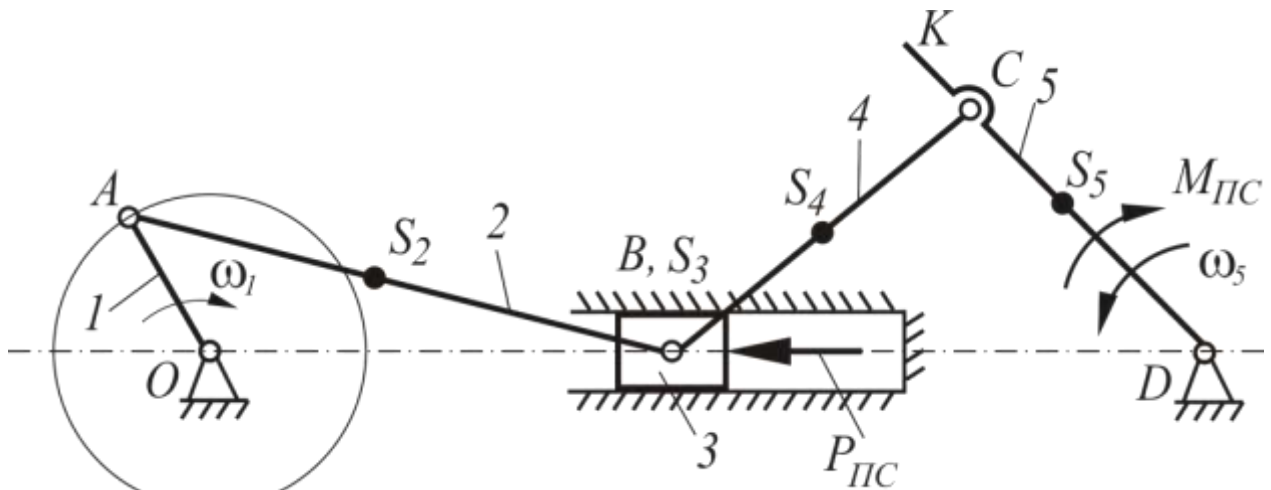
Прессующая часть состоит из кривошипно-ползунного механизма (звенья 1, 2, 3), с которым кинематически связан механизм набивателя (звенья 4, 5). При движении ползуна 3 (он же поршень) вправо происходит прессование, при движении влево – холостой ход.

Указание. В качестве начального принять положение механизма, при котором ползун 3 находится в левом горизонтальном положении.

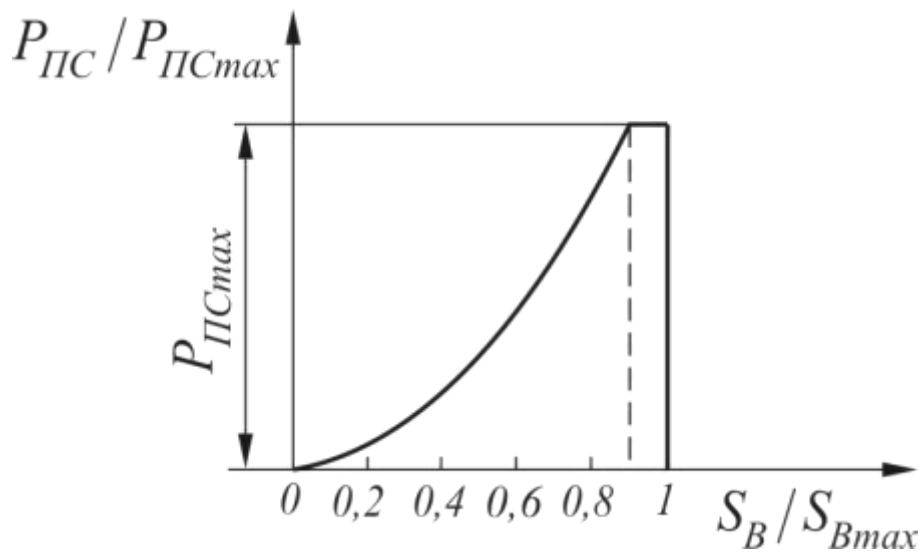
Изменение силы полезного сопротивления $R_{ПС}$ в зависимости от перемещения поршня представлено на диаграмме (рис. 6.1, б), а данные для построения диаграммы – в таблице 6.2. При вращении коромысла 5, принадлежащего набивателю, действует переменная сила сопротивления. Эту силу с некоторым приближением заменяем постоянным моментом сопротивления $M_{ПС}$, приведенным к коромыслу 5, считая, что данный момент *действует лишь при вращении звена 5 против хода часовой стрелки.*

При расчетах центры масс звеньев считать расположенными в точках S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 (см. рис. 6.1 и табл. 6.1), положения до которых заданы в таблице 6.1.

Момент инерции кривошипа относительно оси вращения во всех вариантах следует принять постоянным: $I_0 = 0,1 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.



а



б

Рисунок 6.1 – Механизм сенового пресса с набивателем: а – схема механизма сенового пресса; б – диаграмма изменения силы полезного сопротивления

Таблица 6.1 – Исходные данные для расчета сеного пресса

Параметры	Обозначение	Вариант значений									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Размеры звеньев рычажного механизма, м	l_{OA}	0,36	0,3	0,3	0,4	0,4	0,3	0,32	0,38	0,42	0,45
	l_{AB}	1,28	1,15	1,2	1,7	1,7	1,1	1,18	1,55	1,6	1,75
	$l_{BC} = l_{CD}$	0,76	0,7	0,8	1,05	1,05	0,72	0,78	0,9	1,0	1,1
	l_{OD}	2,1	1,88	1,95	2,5	2,5	1,8	1,95	2,5	2,6	2,2
	l_{KD}	$1,2 l_{CD}$									
Расстояние до центров тяжести звеньев, м	l_{AS2}	$l_{AB}/3$									
	l_{BS4}	$0,5 l_{BC}$									
	l_{DS5}	$0,5 l_{KD}$									
Частота вращения кривошипа OA , об/мин	n_1	55	50	60	65	62	50	60	58	52	50
Номера положений механизма для построения планов ускорений	–	2, 3, 6	1, 5, 9	0, 4, 10	0, 7, 8	0, 3, 8	2, 7, 10	0, 3, 10	0, 4, 8	0, 4, 11	1, 5, 11
Массы звеньев, кг	m_1	7	6	5	6	7	5	5	7	7	8
	m_2	12	13	12	14	15	12	15	13	14	16
	m_3	20	22	23	24	25	20	24	28	25	28
	m_4	10	11	10	12	13	10	13	11	12	14
	m_5	12	13	12	15	16	12	16	13	15	17
Максимальная сила полезного сопротивления, кН	$P_{ПСmax}$	4,0	3,8	4,1	4,2	4,5	3,5	3,8	5,0	4,0	5,0
Момент сопротивления, Нм	$M_{ПС}$	84	88	93	97	100	110	80	78	72	120

Параметры	Обозначение	Вариант значений									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Номер положения механизма для силового расчета	–	3	5	4	7	8	10	2	4	11	5
Максимальный ход толкателя в кулачковом механизме, мм	H_{max}	20	25	30	25	20	22	18	26	30	28
Смещение оси роликового толкателя относительно оси кулачка, мм	e	8	0	10	5	6	10	0	10	12	8
Фазовые углы поворота кулачка, град	φ_{II}	96	108	120	132	84	96	108	120	132	84
	φ_{BB}	60	72	60	72	60	72	60	72	60	72
	φ_C	84	132	132	120	108	132	120	108	96	120
Вид диаграммы аналога ускорения толкателя	Фаза подъема	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
	Фаза сближения	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2
Допускаемый угол давления в кулачковом механизме, град	γ_{max}	25	30	25	30	25	30	25	30	25	30
Количество зубьев шестерни	z_1	14	15	17	15	18	14	15	14	15	16
Количество зубьев колеса	z_2	26	25	26	26	30	25	24	24	22	28
Модуль зубчатого зацепления, мм	m	8	10	12	10	6	8	12	10	8	12
Коэффициенты относительного смещения	$x_1 = x_2$	0,5									

Таблица 6.2 – Исходные данные для построения диаграммы изменения сил полезного сопротивления

Отношение текущего перемещения ползуна к максимальному, S_B / S_{Bmax}	Отношение текущего значения силы сопротивления к максимальному $P_{ПС} / P_{ПСmax}$
0,1	0,03
0,2	0,1
0,3	0,17
0,4	0,25
0,5	0,35
0,6	0,5
0,7	0,6
0,8	0,75
0,9	1
1	1

Моменты инерции звеньев относительно осей проходящих через центры масс $I_{S1}, I_{S2}, I_{S4}, I_{S5}$ определяются как для однородного стержня по формуле $I_S = \frac{1}{12} ml^2$ ($кг \cdot м^2$) (здесь m – масса звена, $кг$; l – длина звена, $м$).

Приведенный момент движущих сил принять постоянным.

Для подачи материала на прессование применяется кулачковый механизм с роликовым толкателем (рис. 6.2). Максимальный ход толкателя, фазовые углы поворота кулачка и виды диаграмм аналога ускорения толкателя выбираются по таблице 6.1. Виды диаграмм аналога ускорения толкателя представлены в таблице 6.3.

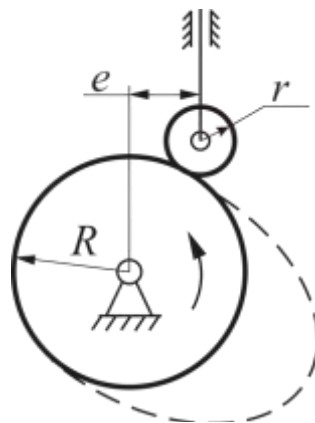
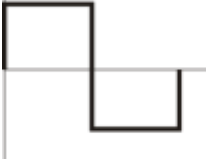


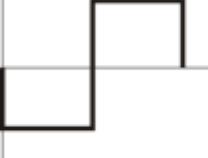




Рисунок 6.2 – Структурная схема кулачкового механизма с роликовым толкателем

Таблица 6.3 – Вид диаграммы аналога ускорения толкателя

Фаза	Вид 1	Вид 2	Вид 3
Подъем			
Сближение			

Исходные параметры (количество зубьев шестерни и колеса, модуль и коэффициент относительного смещения) для расчета геометрии эвольвентного зубчатого зацепления представлены в таблице 6.1.

Тема 2. Механизмы вытяжного пресса

Вытяжной пресс – машина для обработки давлением, рабочие части которой оказывают неударное (статическое) воздействие на материал. Этот пресс чаще всего применяют для холодной штамповки металлов пластических масс, глины, извести, керамических масс, для получения брикетов и т. д.

Кривошипный вытяжной пресс простого действия изображен на рисунке 6.3, а. Пуансон 5, движущийся возвратно-поступательно, взаимодействует со штампуемым материалом. Численные значения для расчета вытяжного пресса представлены в таблице 6.4.

Указания. В качестве начального принять положение механизма, при котором ползун 5 находится в крайнем верхнем положении. Изменение силы полезного сопротивления $P_{ПС}$ в зависимости от перемещения ползуна 5 представлено на диаграмме (рис. 6.3, б) а максимальное значение силы полезного сопротивления – в таблице 6.4.

При расчетах центры масс звеньев считать расположенными в точках S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 (см. рис. 6.3 и табл. 6.4). Расстояния до центров масс принять согласно выражениям: $l_{AS2} = l_{AB}/3$; $l_{CS3} = 0,5 l_{CD}$; $l_{DS4} = 0,5 l_{DE}$.

Момент инерции кривошипа I относительно оси вращения во всех вариантах следует принять постоянным: $I_0 = 0,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

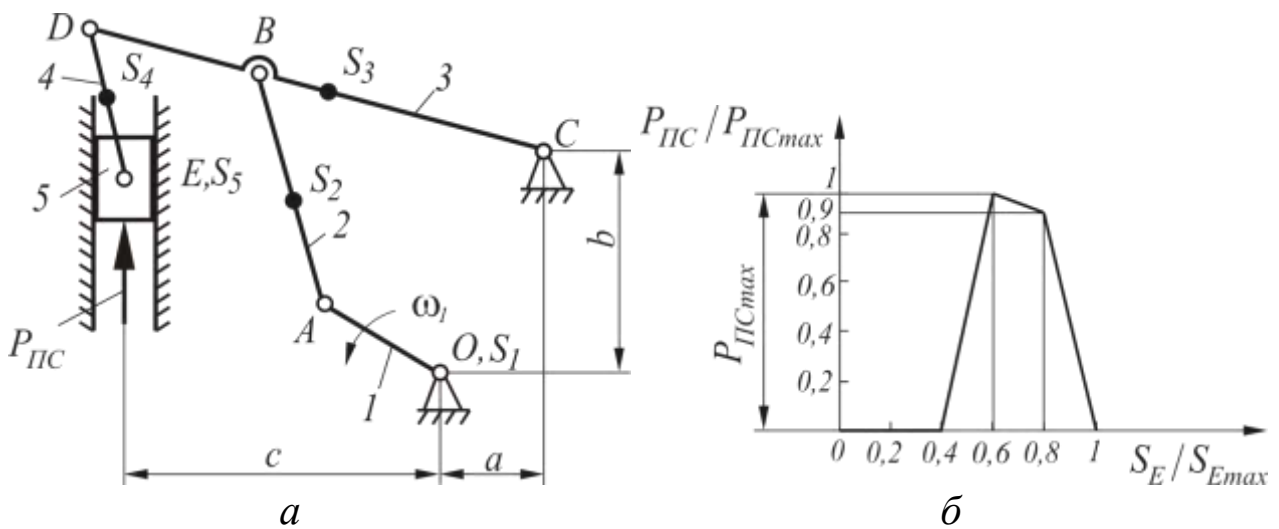


Рисунок 6.3 – Механизм вытяжного пресса: а – схема механизма вытяжного пресса; б – диаграмма изменения силы полезного сопротивления

Моменты инерции звеньев относительно осей, проходящих через центры масс $I_{S1}, I_{S2}, I_{S3}, I_{S4}$, определяются как для однородного стержня по формуле $I_s = \frac{1}{12} ml^2$ ($\text{кг}\cdot\text{м}^2$) (здесь m – масса звена, кг ; l – длина звена, м).

Привод механизма вытяжного пресса осуществляется редуктором (в задании не указан), а выталкивание готовой детали – кулачковым механизмом (рис. 6.4). Длина, максимальный размах коромысла, фазовые углы поворота кулачка и вид диаграмм аналога ускорения выбираются по таблице 6.3. Виды диаграмм аналога ускорения коромысла представлены в таблице 6.4.

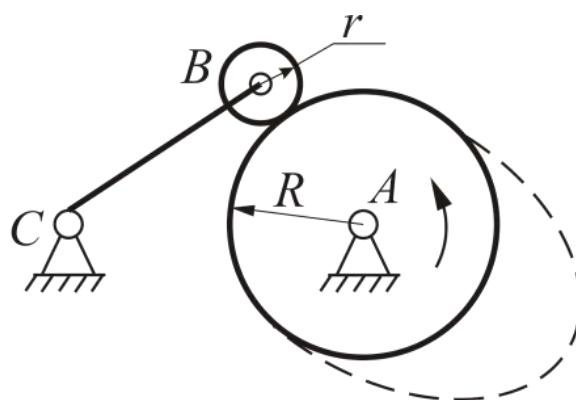


Рисунок 6.4 – Структурная схема кулачкового механизма с роликовым коромыслом

Таблица 6.4 – Исходные данные для расчета вытяжного пресса

Параметры	Обозначение	Варианты значений									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Размеры звеньев рычажного механизма, м	l_{OA}	0,1	0,09	0,09	0,09	0,08	0,1	0,07	0,1	0,11	0,08
	l_{AB}	0,32	0,38	0,29	0,4	0,26	0,45	0,23	0,43	0,36	0,36
	l_{BC}	0,3	0,26	0,27	0,28	0,24	0,3	0,21	0,29	0,33	0,25
	l_{CD}	0,42	0,37	0,38	0,39	0,34	0,44	0,3	0,42	0,47	0,35
	l_{DF}	0,11	0,09	0,1	0,1	0,09	0,11	0,08	0,1	0,12	0,09
	a	0,16	0,13	0,14	0,14	0,13	0,15	0,11	0,15	0,17	0,12
	b	0,29	0,37	0,26	0,39	0,23	0,44	0,2	0,42	0,32	0,35
	c	0,41	0,35	0,37	0,37	0,33	0,41	0,29	0,39	0,45	0,33
Частота вращения кривошипа OA , об/мин	n_1	55	80	60	65	62	50	75	58	70	50
Номера положений механизма для построения планов ускорений	–	2, 3, 6	3, 6, 9	0, 4, 10	0, 5, 8	0, 3, 9	2, 4, 11	0, 5, 10	0, 3, 8	4, 7, 10	0, 5, 11
Массы звеньев, кг	m_1	50	55	60	50	45	45	46	47	45	40
	m_2	9	11	8	12	8	13	7	13	11	10
	m_3	12	10	11	10	10	14	9	12	14	11
	m_4	7	8	9	10	7	8	6	10	7	6
	m_5	30	32	35	37	40	42	35	40	30	37
Максимальная сила полезного сопротивления, кН	$P_{ПСтax}$	4,0	3,8	4,1	4,2	4,5	3,5	3,8	5,0	4,0	5,0

Окончание таблицы 6.4

Параметры	Обозначение	Варианты значений									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Номер положения механизма для силового расчета	–	2	3	4	5	3	4	5	3	4	5
Длина коромысла кулачкового механизма, мм	l_{CB}	0,16	0,7	0,18	0,14	0,16	0,17	0,18	0,19	0,15	0,16
Максимальный угол размаха коромысла, град	ψ_{max}	25	20	20	25	27	18	20	22	12	20
Фазовые углы поворота кулачка, град	φ_{II}	96	108	120	132	84	96	108	120	132	84
	φ_{BB}	60	72	60	72	60	72	60	72	60	72
	φ_C	84	132	132	120	108	132	120	108	96	120
Вид диаграммы аналога ускорения толкателя	Фаза подъема	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
	Фаза сближения	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2
Допускаемый угол давления в кулачковом механизме, град	γ_{max}	40	45	45	40	40	40	45	40	45	40
Количество зубьев шестерни	z_1	12	14	15	12	14	12	15	14	15	14
Количество зубьев колеса	z_2	18	24	21	20	21	19	25	20	26	24
Модуль зубчатого зацепления, мм	m	5	6	5	6	8	5	6	8	5	6
Коэффициенты относительного смещения	$x_1 = x_2$	0,5									

Исходные параметры (количество зубьев шестерни и колеса, модуль и коэффициент относительного смещения) для расчета геометрии эвольвентного зубчатого зацепления представлены в таблице 6.4.

Тема 3. Механизмы поршневого насоса

Насос – машина, преобразующая механическую энергию двигателя в кинетическую энергию жидкости с целью ее перемещения или для получения сжатых газов. По способу действия насосы могут быть поршневые, лопастные, шестеренные и др. На рисунке 6.5, а изображена принципиальная схема поршневого насоса, который можно использовать в системах водоснабжения в сельском хозяйстве, для транспортирования по трубопроводам нефтепродуктов и газов и т. д. Кривошипно-коромысловый механизм такого насоса обеспечивает движение поршня-плунжера 5 в период всасывания жидкости с большей скоростью, чем в период нагнетания, что увеличивает производительность насоса.

Численные значения для расчета поршневого пресса представлены в таблице 6.5.

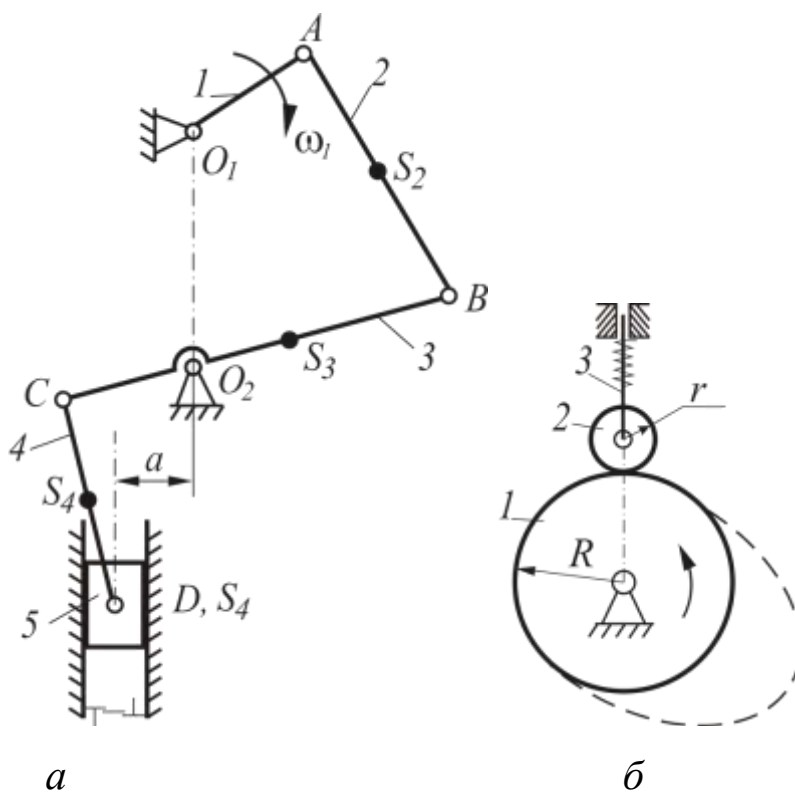


Рисунок 6.5 – Механизм поршневого пресса: а – схема механизма поршневого пресса; б – структурная схема кулачкового механизма с роликовым толкателем

Таблица 6.5 – Исходные данные для расчета поршневого пресса

Параметры	Обозначение	Варианты значений									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Размеры звеньев рычажного механизма, м	l_{OA}	0,1	0,18	0,15	0,25	0,08	0,16	0,2	0,09	0,05	0,22
	l_{AB}	0,26	0,47	0,4	0,65	0,21	0,42	0,5	0,24	0,13	0,57
	l_{O1O2}	0,24	0,43	0,36	0,6	0,19	0,38	0,46	0,22	0,12	0,53
	l_{O2B}	0,14	0,27	0,21	0,35	0,12	0,24	0,28	0,14	0,07	0,3
	l_{O2C}	0,08	0,18	0,13	0,2	0,06	0,13	0,16	0,13	0,045	0,18
	l_{CD}	0,25	0,4	0,4	0,6	0,18	0,35	0,5	0,35	0,15	0,5
	a	0,02	0,07	0,04	0,1	0,02	0,02	0,05	0,03	0,02	0,08
Расстояние до центров тяжести звеньев, м	l_{AS2}	$0,5 l_{AB}$									
	l_{O2S3}	$0,4 l_{O2B}$									
	l_{CS4}	$0,5 l_{CD}$									
Частота вращения кривошипа OA , об/мин	n_1	200	120	180	140	160	100	150	120	80	110
Номера положений механизма для построения планов ускорений	–	2, 3, 6	1, 6, 9	0, 4, 10	0, 2, 8	0, 6, 9	2, 5, 11	0, 2, 10	0, 3, 8	0, 2, 10	3, 6, 11
Массы звеньев, кг	m_2	7,8	14,1	12	19,5	6,3	12,6	15	7,2	3,9	17,1
	m_3	6,6	13,5	10,2	16,5	5,4	11,1	13,2	8,1	3,5	14,4
	m_4	7,5	12	12	18	5,4	10,5	15	10,5	4,5	15
	m_5	2,4	4,2	3,6	5,9	2	3,8	4,5	2,2	1,2	5,1
Приведенный к валу O_1 момент инерции колес редуктора и кривошипа O_1A , кг·м ²	I_{O1}	0,8	0,9	0,95	0,75	0,85	0,65	0,58	0,94	1,02	0,6

Параметры	Обозначение	Варианты значений									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Сила полезного сопротивления при нагнетании, $кН$	$P_{ПСнаг}$	760	550	980	730	620	590	920	500	980	1050
Сила полезного сопротивления при всасывании (движение ползуна 5 вверх), $кН$	$P_{ПСвс}$	200	150	250	200	140	130	220	110	210	250
Номер положения механизма для силового расчета	–	3	1	4	2	6	5	2	3	2	3
Максимальный ход толкателя в кулачковом механизме, $мм$	H_{max}	18	16	15	17	22	20	17	19	21	18
Фазовые углы поворота кулачка, град	$\varphi_{П}$	100	100	90	90	90	95	110	120	115	115
	$\varphi_{ВВ}$	30	40	40	60	60	50	55	45	40	40
	$\varphi_{С}$	160	150	135	140	145	155	130	130	135	125
Вид диаграммы аналога ускорения толкателя	Фаза подъема	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1
	Фаза сближения	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2
Допускаемый угол давления в кулачковом механизме, град	γ_{max}	25	30	25	30	25	30	25	30	25	30
Количество зубьев шестерни	z_1	12	13	14	12	12	14	14	13	12	14
Количество зубьев колеса	z_2	20	28	26	22	20	24	27	26	20	28
Модуль зубчатого зацепления, $мм$	m	8	10	12	10	6	8	12	10	8	12
Коэффициенты относительного смещения	$x_1 = x_2$	0,5									

Указания. За начало отсчета следует принять то положение механизма, при котором ползун 5 находится в крайнем верхнем положении. Массой звена 1 пренебречь, т. е. считать $m_1 = 0$. Центры масс звеньев расположить в точках S_2, S_3, S_4, S_5 , положения до которых заданы в таблице 6.5.

Моменты инерции звеньев относительно осей проходящих через центры масс $I_{S_2}, I_{S_3}, I_{S_4}$ определяются как для однородного стержня по формуле $I_S = \frac{1}{12} ml^2$ ($кг \cdot м^2$) (здесь m – масса звена, $кг$; l – длина звена, $м$).

Для регулирования работы клапанов системы смазки применен кулачковый механизм с роликовым толкателем (рис. 6.5, б). Максимальный ход толкателя, фазовые углы поворота кулачка и виды диаграмм аналога ускорения толкателя выбираются по таблице 6.5. Виды диаграмм аналога ускорения толкателя выбираются по таблице 6.3.

Исходные параметры (количество зубьев шестерни и колеса, модуль и коэффициент относительного смещения) для расчета геометрии эвольвентного зубчатого зацепления представлены в таблице 6.5.

6.3. Содержание курсового проекта

Курсовой проект по теории механизмов и машин содержит три основных раздела:

1. Анализ рычажного механизма.
2. Синтез кулачкового механизма.
3. Геометрический синтез эвольвентного зубчатого зацепления.

Лист 1. Кинематический анализ рычажного механизма

1. Для заданного рычажного механизма необходимо выполнить структурный анализ:

- перечислить все подвижные звенья с указанием вида движения;
- перечислить все кинематические пары, определить их класс и вид контакта (высшая или низшая);
- определить степень подвижности механизма;
- выделить в механизме первичный механизм и структурные группы; определить класс и порядок структурных групп.

2. Построить кинематическую схему механизма в 12 положениях. Положения крайней точки кривошипа A пронумеровать в направлении вращения кривошипа, начиная с A_0 (нулевое положение механизма указано в задании для курсового проекта). **Расчетные положения механизма, указанные в задании**, вычертить контурными линиями, а остальные – тонкими. Звенья расчетных положений механизма пронумеровать по порядку, начиная с A_0 , а точки (центры шарниров, центры масс звеньев и др.) обозначить заглавными буквами латинского алфавита.

3. Построить траекторию движения центра масс одного из шатунов.

4. Построить планы скоростей для **всех** положений механизма и планы ускорений для **трех расчетных** положений механизма. Планы вычертить тонкими линиями, на них указать все характерные точки механизма строчными буквами латинского алфавита. На основании построенных планов скоростей и ускорений определить значения скоростей и ускорений характерных точек и угловые скорости и угловые ускорения всех звеньев.

Результаты расчетов оформить в виде таблицы, в которой перечислить для **трех расчетных положений** механизма значения:

– абсолютных и относительных скоростей всех характерных точек механизма, $м/с$;

– угловых скоростей звеньев, $рад/с$;

– абсолютных ускорений всех характерных точек механизма, $м/с^2$;

– угловых ускорений звеньев, $рад/с^2$.

5. Вычертить годограф скорости центра масс одного из шатунов.

6. Построить **кинематическую диаграмму перемещения ползуна** в зависимости от времени или угла поворота кривошипа. Построить **диаграммы скоростей и ускорений** методом графического дифференцирования диаграмм соответственно перемещений и скоростей. Провести сравнительную оценку скоростей и ускорений, полученных графическим дифференцированием и методом планов. Для проведения сравнительного анализа результаты двух расчетов кинематических характеристик движения ползуна оформить в виде таблицы, в которой перечислить для **всех положений** механизма значения:

– скорости ползуна, $м/с$;

– ускорения ползуна, $м/с^2$;

– расхождение скоростей и ускорений, полученных методами планов и диаграмм, %.

Лист 2. Силовой расчет рычажного механизма

7. Построить кинематическую схему механизма ***в положении, указанном в задании для силового расчета***, и для него планы скоростей и ускорений. Для рассматриваемого положения механизма определить силы инерции и моменты сил инерции звеньев. Определить силы тяжести звеньев. Если эти силы получаются значительно меньше сил инерции, то в расчетах ими пренебречь.

8. Построить диаграмму сил полезных сопротивлений, если требуется произвести разметку в соответствии с ходом рабочего звена (применить способ Фалеса) и определить силы полезных сопротивлений, действующие на рабочее звено во всех положениях механизма.

9. ***Для расчетного положения*** определить полные реакции во всех кинематических парах методом планов сил, а также уравновешивающую силу, приложенную к кривошипу перпендикулярно его оси. При этом необходимо вычертить отдельно структурные группы и первичный механизм, показать все силы и моменты, действующие на звенья механизма, и построить планы сил для структурных групп и первичного механизма.

10. ***Для того же положения механизма*** определить уравновешивающую силу методом рычага Жуковского. Сравнить значения уравновешивающей силы, найденной двумя методами. Определить погрешность.

11. Результаты силового расчета оформить в виде таблицы, в которой указать все реакции в кинематических парах механизма и значения уравновешивающей силы, найденной двумя способами.

Лист 3. Синтез кулачкового механизма

12. Построить диаграмму аналога линейного (или углового) ускорения толкателя (или коромысла) в произвольном масштабе по оси ординат, но с учетом значения фазовых углов в зависимости от угла поворота кулачка.

13. Методом графического интегрирования при полюсных расстояниях H_1 и H_2 построить диаграммы аналогов линейной (или угло-

вой) скорости толкателя (или коромысла) и линейного (или углового) перемещения толкателя (или коромысла).

14. Графическим методом определить минимальный радиус теоретического профиля кулачка R_{min} , построив диаграмму в координатах $S - \frac{dS}{d\varphi}$ для толкателей, оснащенных роликом. Учесть, что построение этой диаграммы следует проводить в одном и том же масштабе, т. е. $\mu_S = \mu \frac{dS}{d\varphi}$.

15. Построить теоретический и практический профили кулачка, подбирая радиус ролика r_p с соблюдением двух условий: $r_p \leq 0,4 R_{min}$ и $r_p \leq 0,7 \rho_{min}$, где ρ_{min} – наименьший радиус теоретического профиля кулачка в его выпуклой части, который находят методом трех точек.

Лист 4. Синтез эвольвентного зубчатого зацепления

16. По заданным числам зубьев шестерни z_1 и колеса z_2 , модулю зацепления m и коэффициентам смещения x_1 и x_2 вычислить геометрические параметры зубчатого зацепления:

- угол зацепления;
- межосевое расстояние;
- радиусы начальных, основных, делительных окружностей, окружностей выступов и впадин;
- вычислить толщины зубьев по всем перечисленным выше окружностям.

Проверить передачу на заклинивание и заострение зубьев.

17. Построить картину зацепления, изобразив на каждом колесе по три зуба. Выделить линию зацепления, активную линию зацепления и активные профили зубьев. Масштаб графических построений выбрать так, чтобы общая высота зуба на чертеже была не меньше 30...40 мм;

18. Определить по данным картины зацепления коэффициент перекрытия зубчатой передачи и сравнить его с результатами аналитического расчета. Оценить погрешность.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дисциплина «Теория механизмов и машин» является базовой частью для всех общепрофессиональных дисциплин из цикла дисциплин подготовки студентов по направлению подготовки 35.03.06 «Агроинженерия». Содержание дисциплины охватывает круг научных вопросов, связанных с исследованием, проектированием, эффективным использованием и сервисным обслуживанием сельскохозяйственной техники, машин и оборудования, что играет большую роль в профессиональном становлении будущего бакалавра-агроинженера. В пособии автором ставилась цель – на максимально доступном для студентов языке изложить содержание ключевых разделов дисциплины.

Для успешного освоения дисциплины «Теория машин и механизмов» большое значение имеет приобретение практических навыков, заключающихся в умении использовать теоретические знания при решении прикладных задач. Учебное пособие дополнено проектными заданиями в виде механизмов, применяемых в сельскохозяйственной области.

Навыки, приобретенные при выполнении курсового проекта, закладывают основы для дальнейшего изучения специальных дисциплин и являются первым шагом на пути к инженерной деятельности будущего бакалавра-агроинженера.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин: учебник для вузов / И. И. Артоболевский. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва: Наука, 1988. – 640 с.
2. Евдокимов, Ю. И. Курсовая работа по теории механизмов и машин. Задания и методические указания по выполнению / Ю. И. Евдокимов; Новосибирский государственный аграрный университет. – Новосибирск, 2010. – 55 с.
3. Евдокимов, Ю. И. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин в примерах / Ю. И. Евдокимов; Новосибирский государственный аграрный университет. – Новосибирск, 2010. – 167 с.
4. Лачуга, Ю. Ф. Теория механизмов и машин. Кинематика, динамика и расчет / Ю. Ф. Лачуга, А. Н. Воскресенский, М. Ю. Чернов. – Москва: КолосС, 2007. – 304 с.
5. Сильченко, П. Н. Теория механизмов и машин. Версия 1.0 [Электронный ресурс]: учебное пособие / П. Н. Сильченко, М. А. Мерко, М. В. Меснянкин и др. – Красноярск: ИПК СФУ, 2008.
6. Смелягин, А. И. Структура механизмов и машин: учебное пособие. – Новосибирск: Издательство НГТУ, 2001 – 286 с.
7. Фролов, К. В. Теория механизмов и машин / К. В. Фролов, С. А. Попов, А. К. Мусатов [и др.]. – Москва: Высшая школа, 1987. – 496 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение А

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ДЕПАРТАМЕНТ НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ
ПОЛИТИКИ И ОБРАЗОВАНИЯ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт инженерных систем и энергетики
Кафедра «Общеинженерные дисциплины»

КУРСОВОЙ ПРОЕКТ

по теории машин и механизмов

на тему

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ ПОРШНЕВОГО ПРЕССА

Выполнил:

студент гр. И 31.1-17о

Иванов И.И.

Номер зачетной книжки _____

Проверил:

Носкова О.Е.

Красноярск 2021

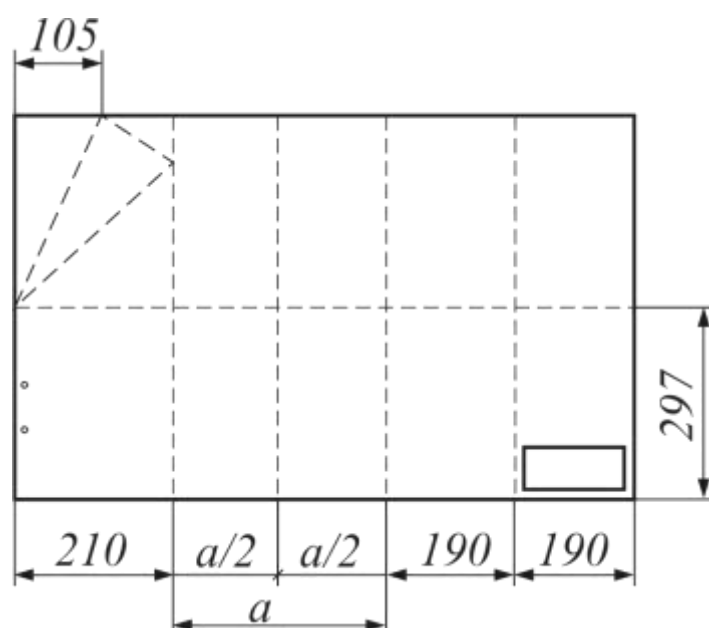
Форма 1 – Основная надпись листа «Содержание»

<i>Перв. примен.</i>											
<i>Строч. №</i>											
<i>Подп. и дата</i>	<i>Инд. № дубл.</i>	<i>Взам. инв. №</i>	<i>Подп. и дата</i>								
<i>Инд. № подл.</i>	<i>Изм.</i>	<i>Лист</i>	<i>№ докум.</i>	<i>Подп.</i>	<i>Дата</i>				<i>Лит.</i>	<i>Лист</i>	<i>Листов</i>
	<i>Разраб.</i>										
	<i>Проб.</i>										
	<i>Н.контр.</i>										
	<i>Утв.</i>										
<i>Копировал</i>						<i>Формат А4</i>					

Форма 2 – Оформление основных листов пояснительной записки

<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20%; text-align: center;">Инд. № подл.</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">Подп. и дата</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">Взам. инв. №</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">Инд. № дубл.</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">Подп. и дата</td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>	Инд. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инд. № дубл.	Подп. и дата						<div style="border: 1px solid black; height: 80px; margin: 5px;"></div>				
Инд. № подл.	Подп. и дата	Взам. инв. №	Инд. № дубл.	Подп. и дата											
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 10%; text-align: center;">Инд. № подл.</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">Лист</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">№ докум.</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">Подп.</td> <td style="width: 10%; text-align: center;">Дата</td> <td style="width: 50%;"></td> <td style="width: 10%; text-align: center;">Лист</td> </tr> <tr> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </table>	Инд. № подл.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата		Лист								<p style="text-align: center;"><i>Копировал</i> <i>Формат А4</i></p>
Инд. № подл.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата		Лист									

Схема сложения чертежа формата А1



ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Учебное пособие

Носкова Ольга Евгеньевна

Редактор В. И. Тонкая

Электронное издание

Подписано в свет 27.04.2021. Регистрационный номер 198
Редакционно-издательский центр Красноярского государственного аграрного университета
660017, Красноярск, ул. Ленина, 117
e-mail: rio@kgau.ru