МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:
Ректор ФГБОУ ВПО КрасГАУ
Председатель приемной комиссии

________________ Н.И. Пыжикова

“____”______________2015 г.

ПРОГРАММА

ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

ПО СПЕЦИАЛЬНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

для поступающих на обучение по программам
подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре

Институт	**Институт агроэкологических технологий**
Направление подготовки:	**01.06.01 Математика и механика**
Направленность (профиль):	**01.01.06 - Математическая логика, алгебра и теория чисел**

Красноярск, 2015

Составители: Филиппов К.А., д. ф.-м. н., доцент, и.о. зав. кафедрой БИиИКБ __________

Программа вступительного испытания в аспирантуру по специальной дисциплине разработана в соответствии с ФГОС ВПО специалистов, магистров.

Программа обсуждена на заседании кафедры БИиИКБ

протокол № ______ «____» ________ 2015г.

Зав. кафедрой Филиппов К.А., д. ф.-м. н., доцент __________

Программа принята советом института экономики и финансов АПК

протокол № ______ «____» ________ 2015г.

Председатель Озерова М.Г., к.э.н., доцент __________

1. СОДЕРЖАНИЕ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Тема 1. Общие вопросы математики.

Понятие топологического пространства. Непрерывные отображения топологических пространств. Компактность в топологических пространствах.

Понятие метрического пространства. Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений и его применения.

Мера Лебега. Измеримые функции и их свойства. Теорема Д.Ф.Егорова. Интеграл Лебега и его основные свойства. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.

Гильбертовы пространства. Ортогональные системы функций. Полные системы, критерий полноты. Неравенство Бесселя. Сходимость рядов Фурье в гильбертовом пространстве. Равенство Парсеваля.

Линейные интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода. Теоремы Фредгольма.

Линейные пространства и их подпространства. Базис, размерность. Теорема о ранге матрицы. Системы линейных уравнений. Теорема Кронеккера-Капелли.

Билинейные и квадратичные формы в линейных пространствах. Приведение квадратичных форм к нормальному виду. Закон инерции.

Линейные отображения в линейных пространствах. Собственные векторы и собственные значения. Приведение матрицы линейного оператора к жордановой форме.

Группы. Подгруппы. Порядок элемента. Циклические группы. Факторгруппа. Теорема о гомоморфизме.

Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.

Линейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка, их классификация. Задача Дирихле для уравнения Лапласа.

Элементарные функции комплексного переменного и связанные с ними конформные отображения. Дробно-линейные функции. Простейшие многозначные функции.

Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки аналитических функций.

Первая и вторая квадратичные формы поверхности. Нормальная кривизна поверхности. Геодезические линии. Формула Эйлера. Гауссова кривизна поверхности.

Понятие о простейшей проблеме вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.

Схема Бернулли. Теорема Муавра-Лапласа.

Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

Тема 2. Математическая логика

Логика высказываний. Исчисление высказываний, его корректность и полнота.

Логика предикатов первого порядка: язык, интерпретации, модели. Теорема компактности, теорема Левенгейма - Скулема. Исчисление предикатов первого порядка, его корректность.

Теорема Геделя о полноте исчисления предикатов первого порядка. Нестандартные модели арифметики.

Теории первого порядка. Полные теории. Категоричные в данной мощности теории. Разрешимые теории. Категоричность в счетной мощности теории плотного порядка без первого и последнего элементов.

Парадоксы наивной теории множеств. Аксиоматическая теория множеств. Аксиома выбора. Вполне упорядоченные множества и теорема Цермело. Лемма Цорна. Континуум-гипотеза.

Общее понятие алгоритма. Варианты формализации понятия алгоритма. Универсальный алгоритм. Вычислимые функции, перечислимые и разрешимые множества. Неразрешимые алгоритмические проблемы. Теорема Райса.

Первая теорема Геделя о неполноте формальной арифметики. Неразрешимость формальной арифметики. Теорема Тарского о невыразимости арифметической истинности в арифметике. Теорема Черча о неразрешимости логики предикатов.

Время и память как меры сложности вычислений. Классы P, NP и PSPACE. Полиномиальная сводимость. NP-полные проблемы.

Тема 3. Алгебра

Основные алгебраические системы с одной и двумя бинарными операциями (группы, полугруппы, ассоциативные кольца, кольца и алгебры Ли) и их подсистемы.

Смежные классы группы по подгруппе. Теорема Лагранжа. Нормальные подгруппы и классы сопряженных элементов. Теоремы о гомоморфизмах групп и колец.

Теоремы Силова. Центр и коммутант группы. Простые, разрешимые и нильпотентные группы.

Задание групп образующими элементами и определяющими соотношениями. Алгоритмические проблемы для конечно определенных групп.

Конечные поля. Поля алгебраических чисел.

Конечно порожденные модули над кольцами главных идеалов и конечно порожденные абелевы группы. Теория жордановой нормальной формы.

Нетеровы кольца. Теорема Гильберта о базисе.

Представления групп. Теорема Кэли. Лемма Шура. Теорема Машке.

Характеры представлений. Определяемость представления своим характером. Представления конечных групп.

Тема 4. Теория чисел

Теорема о разложении целых чисел в произведение простых сомножителей. Важнейшие арифметические функции.

Сравнения, их свойства. Теоремы Эйлера и Ферма.

Сравнения с одной неизвестной величиной.

Сравнения второй степени. Квадратичный закон взаимности. Первообразные корни и индексы.

Сравнения высших степеней.

2. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

а) основная

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Ч.1. Основы алгебры. – М.: МЦНМО, 2009.
2. Кострикин А.И., Манин Ю.И. Линейная алгебра и геометрия. – М.: Наука, 1986. – 304 с.; СПб.: «Лань», 2008.
3. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. – 5-е изд. – М.: «Добросвет»: МЦНМО, 1998. – 320 с.; М.: «Добросвет»: Изд-во «КДУ», 2006
4. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. – 4-е изд. – М.: Наука, 2005. – 470 с.
5. Халмош П.Р. Конечномерные векторные пространства. – М.: Мир, 1970. – 264 с; М.−Ижевск: «Регулярная и хаотическая динамика», 2002
6. Артин Э. Геометрическая алгебра. – М.: Мир, 1970. − 284 с.

б) дополнительная

1. Сборник задач по алгебре: В 2-х т. / Под ред. А.И. Кострикина. – М.: Физматлит, 2007. – Т.1: 264 с., Т.2: 168 с.
2. Шилов Г.Е. Введение в теорию линейных пространств. – М.: Наука, 1956. – 304 с.
3. Фаддев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. – М.: Наука, 1963; СПб.: «Лань», 2002. – 733.
4. Стренг Г. Линейная алгебра и её применения. – М.: Мир, 1980. – 454 с.
5. Прасолов В.В. Задачи и теоремы линейной алгебры.− М.: Наука, 1991.

6. Беллман Р. Введение в теорию матриц. – М.: Наука, 1976. – 368 с.
7. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Физматлит, 2004. – 559 с.
8. Ланкастер П. Теория матриц. – М.: Наука, 1982. – 269 с.