

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА УПЛОТНЕНИЯ ТРАВЯНОГО ЖОМА В ГИБКОМ КОНТЕЙНЕРЕ УДАРНЫМ СПОСОБОМ

**Долбаненко Владимир Михайлович**, кандидат технических наук, доцент,  
доцент кафедры «Механизация и технический сервис в агропромышленном комплексе», ИИСиЭ  
**Красноярский государственный аграрный университет, Красноярск, Россия**  
*e-mail: [dwm-82@mail.ru](mailto:dwm-82@mail.ru)*

**Аннотация.** В статье рассматривается математическая модель, позволяющая описать процесс уплотнения травяного жома в гибком контейнере ударным способом.

**Ключевые слова:** модель, методика, исследование, процесс, моделирование, уравнение, схема, зависимость.

## MATHEMATICAL MODEL FOR COMPACTION OF GRASS PULP IN FLEXIBLE CONTAINER BY IMPACT METHOD

**Dolbanenko Vladimir Mikhailovich**, candidate of technical sciences, associate professor,  
docent of the department of "Mechanization and Technical Service in Agro-Industrial Complex",  
Institute of Engineering Systems and Energy  
**Krasnoyarsk state agrarian university, Krasnoyarsk, Russia**  
*e-mail: [dwm-82@mail.ru](mailto:dwm-82@mail.ru)*

**Abstract.** The article discusses a mathematical model that allows you to describe the process of compacting grass pulp in a flexible container in an impact way.

**Key words:** model, methodology, research, process, modeling, equation, scheme, dependence.

Для осуществления уплотнения травяного жома в гибком контейнере предлагается использовать уплотнитель, конструктивная схема которого представлена на рисунке 1. Задачей исследования процесса уплотнения травяного жома является аналитическое определение его плотности при уплотнении уплотнителем с учетом его конструктивных особенностей, а также нелинейных пластических, вязких и упругих свойств жома, особенности, с которой прилагается усилие уплотнения для определения наиболее рациональных технологических параметров уплотнения.

Уплотнитель травяного жома имеет в своей конструкции следующие элементы: опора (1), механизм приводной (2), который может перемещаться в вертикальном направлении по направляющим пазам опоры, также он снабжен двумя кулачками (3), которые располагаются под углом  $180^{\circ}$  по противоположным концам вала (4), два груза (5) предназначенными для осуществления уплотнения жома, грузы снабжены пружинами (6) и пальцами (7), механизм подъема (8).

Технологический процесс уплотнения травяного жома в контейнере происходит следующим образом. Механизм приводной (2), используя один из кулачков (3), осуществляя воздействие на палец (7), поднимает связанный с ним груз (5), пружина (6) при этом испытывает сжатие. Грузы (5), имеющие наклон своей верхней поверхности поочередно поднимаясь и опускаясь в контейнере не оказывая препятствий для его заполнения травяной массой. Вал (4), поворачиваясь на определенный угол, выводит палец (7) из зацепления с кулачком (3), груз (5) при этом под действием сил тяжести и упругости сжатой пружины (6), начинает с ускорением двигаться вниз по направляющей, производя тем самым уплотнение (сжатие) травяного жома. Груз (5) остается в нижнем положении, он удерживает массу от восстановления исходного объема, по мере подъема второго груза (5) вверх по направляющей до крайней верхней точки, палец (7) выходит из зацепления с кулачком (3) и груз начинает ускоренно двигаться по направляющей вниз. Процесс уплотнения полностью повторяется. При наполнении контейнера массой механизм приводной (2), вследствие упора одного из грузов (5) об уплотняемую массу, перемещается в вертикальном направлении вверх по пазам опоры (1). Таким образом, уплотнитель посредством постоянного уплотняющего воздействия одним из грузов (5) на уплотняемый материал, препятствует восстановлению им исходного объема, не только в части контейнера, в которой находится груз, но в противоположной, вследствие наличия сил сцепления

уплотняемой массы, все это в конечном итоге будет, несомненно, способствовать снижению энергозатрат. По окончании заполнения контейнера уплотняемой массой механизм приводной (2) вместе с уплотняющими грузами (5), поднимается вверх подъемным механизмом (8), после этого заполненный контейнер извлекается из уплотнителя. Затем в уплотнитель устанавливают незаполненный контейнер, и цикл уплотнения повторяется.

Для выполнения поставленной задачи исследования, следует принять допущения, которые, несомненно, позволят упростить ее выполнение: 1. деформационное воздействие в уплотняемой массе происходит вдоль направления вектора приложения нагрузки, а боковой деформацией можно пренебречь; 2. воздействие уплотняющей нагрузки будет испытывает одновременно весь одновременно, находящийся в процессе уплотнения материал, вследствие того, что скорость удара значительно меньше скорости распространения ударной волны; 3. реологическая модель идеализирует реальные свойства уплотняемой массы; 4. процесс уплотнения массы, находящейся в разных половинах контейнера одинаков; 5. реологические и физико-механические свойства уплотняемой массы, находящейся в пределах одного уплотняемого слоя, испытывающего одинаковое число нагружений, одинаковы.

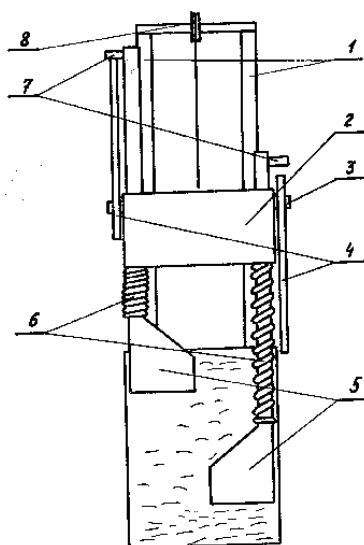


Рисунок 1 – Схема уплотнителя травяного жома в контейнере: 1 – опора; 2 – механизм приводной; 3 – кулачки; 4 – вал; 5 – уплотняющие грузы; 6 – пружины; 7 – пальцы; 8 – механизм подъема

Для проведения расчета и составления математической модели процесса уплотнения, принята схема (рисунок 2) одной из половин контейнера в уплотнителе. В расчетной схеме приняты следующие обозначения такие как:  $d_k$  – внутренний диаметр контейнера, м;  $h_k$  – необходимая высота заполнения контейнера, м;  $m_1$  – масса рабочего уплотняющего органа, кг;  $m_2$  – суммарная масса механизма приводного и поднимаемого рабочего уплотняющего органа, кг;  $\sigma_n$  – напряжение верхнего слоя материала, взаимодействующего с рабочим уплотняющим органом, Н/м<sup>2</sup>;  $n$  – верхний слой уплотняемого материала;  $i$  – внутренний слой уплотняемого материала; 1; 2; 3 – начальные слои уплотняемого материала.

Составим с учетом инерционных сил уравнение равновесия для груза  $m_1$ :

$$\ddot{E}_{r1} m_1 - g m_1 + \sigma_n S_1 - E_{II} (E_{II0} - E_{r1} + E_{r2}) + R_1 F_{T1} = 0, \quad (1)$$

где  $\ddot{E}_{r1}$  – ускорение уплотняющего груза  $m_1$ , м/с<sup>2</sup>;  $S_1$  – площадь контакта уплотняющего груза  $m_1$  с уплотняемым материалом, м<sup>2</sup>;  $E_{II}$  – жесткость пружины, которая соединяет грузы  $m_1$  и  $m_2$ , Н/м<sup>2</sup>;  $E_{II0}$  – длина пружины при нахождении ее в ненагруженном состоянии, м;  $E_{r1}$  – координата уплотняющего груза  $m_1$ , м;  $E_{r2}$  – координата уплотняющего груза  $m_2$ , м;  $F_{T1}$  – сила трения уплотняющего груза  $m_1$  о направляющие, Н.

$$\begin{cases} R_1 = 1 n p u \dot{E}_{r1} \geq 0 \\ R_1 = -1 n p u \dot{E}_{r1} < 0 \end{cases},$$

где  $\dot{E}_{r1}$  – скорость движения уплотняющего груза  $m_1$ , м/с.

Запишем уравнение равновесия груза  $m_2$  в следующем виде:

$$\ddot{E}_{r2} m_2 - g m_2 + E_{II} (E_{II0} - E_{r1} + E_{r2}) + R_2 F_{T2} = 0, \quad (2)$$

где  $E_{r2}$  – ускорение уплотняющего груза  $m_2$ , м/с<sup>2</sup>;  $F_{T2}$  – сила трения уплотняющего груза  $m_2$  о направляющие, Н.

$$\begin{cases} R_2 = 1n\mu \dot{E}_{r2} \geq 0 \\ R_2 = -1n\mu \dot{E}_{r2} < 0 \end{cases},$$

где  $\dot{E}_{r2}$  – скорость движения уплотняющего груза  $m_2$ , м/с.

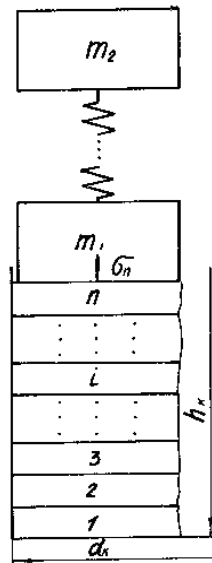


Рисунок 2 – Расчетная схема половины контейнера принятая для составления математической модели процесса уплотнения

Составим уравнение равновесия для  $i$ -го слоя уплотняемого материала:

$$\sigma_n S_1 - \sigma_i S_1 - \sum_{k=i+1}^n R_k F_k = 0, \quad (3)$$

где  $\sigma_i$  – напряжение, возникающее в  $i$ -м слое уплотняемого материала, Н/м<sup>2</sup>;  $F_k$  – сила трения, которая действует на  $k$ -й слой материала, находящийся между  $i$ -м и верхним слоем, Н.

$$\begin{cases} R_k = 1n\mu \dot{E}_k \geq 0 \\ R_k = -1n\mu \dot{E}_k < 0 \end{cases},$$

где  $\dot{E}_k$  – скорость возникновения деформации в  $k$ -м участке материала.

Приняв зависимость бокового давления от осевого линейной [3], можно получить выражение для определения величины силы трения  $k$ -го слоя уплотняемого материала:

$$F_k = (\sigma_{\max k} \mu - \mu_1 (\sigma_{\max k} - \sigma_k)) (K_{III} S_{\delta k} + K_{TC} S_{\delta k}), \quad (4)$$

где  $\sigma_{\max k}$  – максимальное значение напряжения для  $k$ -го слоя материала, Н/м<sup>2</sup>;  $\mu$  – коэффициент бокового давления при уплотнении (нагрузке);  $\mu_1$  – коэффициент бокового давления при отсутствии уплотнения (разгрузке);  $K_{III}$  – коэффициент трения уплотняемой массы о поверхность контейнера;  $K_{TC}$  – коэффициент трения между слоями уплотняемого материала противоположных половин контейнера;  $S_{\delta k}$  – площадь поверхности  $k$ -го слоя, которая контактирует

с поверхностью контейнера, м<sup>2</sup>;  $S_{\delta ck}$  – площадь поверхности  $k$ -го слоя, которая контактирует с уплотняемым материалом, находящимся в соседней половине контейнера, м<sup>2</sup>.

Величину перемещение уплотняющего груза  $m_1$ , складывается из суммы деформаций для  $i$ -х слоев уплотняемого материала:

$$E_{r1} = \sum_{i=1}^n E_i . \quad (5)$$

Принимая во внимание систему уравнений, которая описывает поведение реологической модели, а также идеализирующие свойства уплотняемой массы, уравнения (1) и (2), учитывающие возникающее воздействие уплотняющего груза, уравнение равновесия для слоя материала при уплотнении (3), возникающее воздействие сил трения материала (4) и уравнение (5), систему дифференциальных уравнений, которые описывают происходящий процесс уплотнения материала в контейнере, можно записать в следующем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{E}_{r1} m_1 - g m_1 + \sigma_n S_1 - E_{II} (E_{II0} - E_{r1} + E_{r2}) + R_1 F_{T1} = 0 \\ \ddot{E}_{r2} m_2 - g m_2 + E_{II} (E_{II0} - E_{r1} + E_{r2}) + R_2 F_{T2} = 0 \\ \sigma_i = A_{V1} \left( \frac{E_{ri}}{E_{0i}} \right) K_{V1}, n \text{ при } E_{ri} > 0 \\ \sigma_i - 0 \text{ при } E_{ri} \leq 0 \\ \sigma_i = A_{V2} \left( \frac{E_{2i}}{E_{0i}} \right) K_{V2} + A_{B2} \left( \frac{E_{2i}}{E_{0i}} \right) K_{B2} \frac{E_{2i}}{E_{0i}} \\ \sigma_i = A_{II3} \left( \frac{E_{3i}}{E_{0i}} \right) K_{II3} + A_{B3} \left( \frac{E_{3i}}{E_{0i}} \right) K_{B3} \frac{E_{3i}}{E_{0i}} \text{ при } \sigma_i > A_{II3} \left( \frac{E_{3i}}{E_{0i}} \right) K_{II3} \\ \dot{E}_3 = 0 \text{ при } \sigma \leq A_{II3} \left( \frac{E_3}{E_0} \right) K_{II3} \\ \sigma_i = \sigma_n - R_k \sum_{k=1}^n F_k S_1 \\ F_k = (\sigma_{k \max k} \mu - \mu_1 (\sigma_{\max k} - \sigma_k)) (K_{II} S_{\delta ck} + K_{TC} S_{\delta ck}) \\ E_{r1} = \sum_{i=1}^n (E_{1i} + E_{2i} + E_{3i}) \end{array} \right. \quad (6)$$

Средняя плотность уплотнения материала в контейнере по окончании уплотнения:

$$\gamma_k = \gamma_0 \frac{\sum_{i=1}^n E_{0i}}{\sum_{i=1}^n (E_{0i} - E_{1i} - E_{2i} - E_{3i})}, \quad (7)$$

где  $\gamma_0$  – начальная плотность уплотняемого материала, кг/м<sup>3</sup>.

Удельную энергоёмкость процесса уплотнения определим как:

$$\mathcal{E}_{y\delta} = \frac{\mathcal{E}_1 L}{\gamma_k \eta_n V_k}, \quad (8)$$

где  $\mathcal{E}_1$  – энергия одного удара (уплотнения), Дж;  $L$  – суммарное количество ударов (уплотнений), осуществляемых уплотняющими грузами;  $V_k$  – внутренний объем контейнера, м<sup>3</sup>;  $\eta_n$  – КПД привода уплотнителя.

При окончании действия уплотняющей нагрузки деформацию уплотняемого материала можно описать системой уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\sigma_i = A_{v1} \left( \frac{E_{ri}}{E_{0i}} \right) K_{v1}, npu E_{ri} \rangle 0 \\
\sigma_i - 0 npu E_{ri} \leq 0 \\
\sigma_i = A_{v2} \left( \frac{E_{2i}}{E_{0i}} \right) K_{v2} + A_{B2} \left( \frac{E_{2i}}{E_{0i}} \right) K_{B2} \frac{E_{2i}}{E_{0i}} \\
\sigma_i = A_{П3} \left( \frac{E_{3i}}{E_{0i}} \right) K_{П3} + A_{B3} \left( \frac{E_{3i}}{E_{0i}} \right) K_{B3} \frac{E_{3i}}{E_{0i}} npu \sigma_i \rangle A_{П3} \left( \frac{E_{3i}}{E_{0i}} \right) K_{П3} \\
\dot{E}_3 = 0 npu \sigma \leq A_{П3} \left( \frac{E_3}{E_0} \right) K_{П3} \\
\sigma_i = \sigma_n - R_k \sum_{k=1}^n F_k S1 \\
F_k = (\sigma_{k \max k} \mu - \mu_1 (\sigma_{\max k} - \sigma_k)) (K_{ТП} S_{\text{ок}} + K_{ТС} S_{\text{бск}}) \\
E_{r1} = \sum_{i=1}^n (E_{1i} + E_{2i} + E_{3i})
\end{array} \right. \quad (9)$$

Шаговые и многошаговые методы являются самыми распространенными методами для решения дифференциальных уравнений и их систем любого порядка [1, 2]. При выборе метода для решений дифференциальных уравнений, а также их систем, требуется нахождения некоего компромисса между учетом локальной ошибки усечения, устойчивостью и временем проведения расчета. Методы Рунге-Кутты, которые являются одношаговыми, очень устойчивы и они не требуют наличия отдельной программы для осуществления начала решения, вследствие этого они являются предпочтительными для задач, которые связаны с частым изменением шага. Но вместе с тем, методы Рунге-Кутты требуют производства относительно большого количества вычислений, которые необходимо производить на каждом шаге, а если функция является весьма сложной, то с этим связано основное время производства вычислений и для них весьма сложно проведение эффективного контроля величины шага. Для задачи Коши, имеющей умеренно гладкую функцию  $f(x, y)$ , многошаговые схемы интегрирования требуют относительно небольшого количества проводимых вычислений производных, но при увеличении шага они могут становиться неустойчивыми. Учитывая вышеизложенное для осуществления решения систем дифференциальных уравнений (6) и (9) примем многошаговый метод с использованием формулы Адамса-Бошфорда четвертого порядка [1, 2]:

$$Y_{k+1} = Y_k + \frac{1}{24} (59f_{k-1} + 37f_{k-2} - 9f_{k-3}) \Delta X, \quad (10)$$

где  $\Delta X$  – величина шага функции;  $Y_{k+1}$  – предсказанное значение функции;  $Y_k$  – вычисленное значение функции;  $f_{k-1}$  – значение функции  $f(x, y)$  на  $k$ -м первом шаге;  $f_{k-2}$  – значение функции  $f(x, y)$  на  $k$ -м втором шаге;  $f_{k-3}$  – значение функции  $f(x, y)$  на  $k$ -м третьем шаге [4].

### Список литературы

1. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1984. – 833 с.
2. Кронштейн И.Н., Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов / И.Н. Кронштейн, К.А. Семендяев. – М.: Наука, 1966. – 644с.
3. Особов В.И. Машины и оборудование для уплотнения сено-соломистых материалов / В.И. Особов, Г.К. Васильев, А.В. Голяновский. – М.: Машиностроение, 1974. – 231 с.
4. Селиванов А.П. Повышение эффективности производства сенажа совершенствованием технологии заготовки и уплотнения травяного жома в гибких контейнерах: дис. ... канд. техн. наук: 05.20.01 / А.П. Селиванов. – Красноярск, 1991. – 179 с.