

# О СУЩЕСТВОВАНИИ ЕДИНОЙ ЗАПИСИ ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН, СВИДЕТЕЛЬСТВУЮЩЕЙ ОБ ОБЩНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРИРОДНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

*Манасян С.К., Манасян Г.С., Манасян М.С., Манасян Д.С.  
Красноярский государственный аграрный университет, Красноярск, Россия  
ООО «НовоТех», Красноярск, Россия*

*Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда содействия  
развития малых форм предприятий в научно-технической сфере*

*The paper proves the possibility of describing the natural physical processes of  
the unified mathematical model representing the system of quasi-linear hyperbolic  
equations.*

Различные протекающие в природе физические процессы могут быть представлены единой общей математической моделью в виде системы квазилинейных гиперболических уравнение первого порядка.

Окружающий нас мир является нелинейным. Однако степень этот нелинейности  $M$  невысокая, она не превышает значения второго порядка, т.е.  $1 < M < 2$ . Поэтому природные физические процессы представляются квазилинейными моделями [1, 2].

В общем случае для природных процессов эти квазилинейные процессы являются гиперболическими и в пространственно-одномерном случае могут быть представлены в виде:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} F(S) = 0, \quad (1)$$

где  $S = (S_1(t, x), S_2(t, x), \dots, S_n(t, x))$ ,

$F(S) = (F_1(S_1(t, x), S_2(t, x), \dots, S_n(t, x)), \dots, F_n(S_1(t, x), S_2(t, x), \dots, S_n(t, x)))$ .

Здесь  $S_1, \dots, S_n$  – переменные состояния природного физического процесса (например, плотность, скорость, энергия, давление и т.п.);

$F_i(S_j)$  – функции от переменных  $S_j$  линейного и (или) билинейного вида:

$$b S_{j-1} + S_j, \quad (2)$$

$$S_{j-1} + a S_j^2, \quad (3)$$

$$S_{j-1} S_j. \quad (4)$$

Очевидно, что вид (4) может быть представлен как дополнительная переменная  $S_{n+1} = S_{j-1} S_j$ , тогда в системе останутся только функции  $F_i(S_j)$  двух приведенных видов (2) и (3), а число уравнений в модели (1) увеличится на количество попарных взаимодействий основных факторов (переменных  $S_j$ ) с синергетическим эффектом.

В качестве иллюстрации приведенных положений рассмотрим два важных для практики примера: движение газа и движение жидкости в природной среде.

Модель течения невязкого нетеплопроводного газа представляется одним из важнейших уравнений математической физики, - уравнением Эйлера в газовой динамике [3].

Эту модель можно привести к виду (1), если представить:

$$\begin{aligned} S_1 &= \rho, \\ S_2 &= u, \\ S_3 &= e, \\ S_4 &= p. \end{aligned}$$

Здесь  $\rho$  - плотность,  $u$  - скорость,  $p$  - давление,  $e$  - полная энергия газа.

Тогда

$$F_1 = S_2 S_4, F_2 = S_1 S_2^2 + S_4, F_3 = (S_3 + S_4)S_2, F_4 = 0. \quad (5)$$

Учитывая, что данные переменные состояния исследуемого процесса связаны между собой по формуле

$$p = (\gamma - 1) \left( e - \frac{\rho u^2}{2} \right). \quad (6)$$

Учитывая это, размерность вектора  $S$  можно уменьшить до трех и модель (1) представится в векторно-матричной форме:

$$S = \begin{pmatrix} p \\ \rho u \\ e \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$F(S) = \begin{pmatrix} pu \\ \rho u^2 + p \\ (e + p) u \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Для доказательства вышеприведенного утверждения об общности математической модели представим в такой же форме записи уравнение движения жидкости, - уравнение мелкой воды – уравнение Сен-Венана [4, 5].

В этом случае имеем:

$$S = \begin{pmatrix} h \\ hu \end{pmatrix}, \quad (9)$$

$$F(S) = \begin{pmatrix} hu \\ hu^2 + g \frac{h^2}{2} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Здесь  $h$  - глубина,  $g$  - ускорение свободного падения.

Подобные примеры можно привести в большом количестве.

Численное решение данных моделей приводит к функциям, хорошо аппроксимируемым логистическими уравнениями, что еще раз доказывает о правомерности утверждения о характере и порядке общей математической модели.

В качестве еще одного примера описания физического процесса математической моделью вида (1) отметим процесс сушки зерна с составляющими его взаимосвязанными процессами теплообмена [6]. При этом искусственные процессы (например, высокотемпературная сушка зерна в зерносушилке) отличаются от природных (например, естественная солнечная сушка зерна) наличием быстроизменяющихся переменных (требуется масштабирование времени) и переменностью коэффициентов (требуется введение новых параметров, например коэффициент эффективного влагообмена  $\alpha$ , представляемый в виде функции, зависящей от влажности и температуры при интенсивном сушильном процессе) заменяется двумя постоянными параметрами).

## Литература

1. Манасян М.С. К вопросу формализации нелинейных систем / М.С. Манасян // Красноярский край: освоение, развитие, перспективы: Мат-лы регион. студ. науч. конф. / Краснояр. гос. аграр. ун-т Красноярск, 2004. Ч.1. С. 153-154.
2. Манасян М.С. Нелинейные явления, проблемы их изучения / М.С. Манасян // Молодые ученые науке Сибири: Сб. тр. молодых ученых / Краснояр. гос. ун-т. Красноярск, 2005. Вып.1. С. 127.
3. Самарский, А.А. Разностные методы решения задач газовой динамики / А.А. Самарский, Ю.П. Попов. – М.: Наука, 1980. – 352 с.
4. Стокер, Д.Д. Волны на воде / Д.Д. Стокер. – М.: ИЛ, 1959. – 617 с.
5. Вольцингер, Н.Е. Длинные воды на мелкой воде / Н.Е. Вольцингер. – Л.: Гидрометеиздат, 1985. – 162 с.
6. Манасян М.С. Сушка зерна как нелинейный процесс / М.С. Манасян // Красноярский край: освоение, развитие, перспективы: Мат-лы регион. студ. науч. конф. / Краснояр. гос. аграр. ун-т Красноярск, 2004. Ч.1. С. 154-155.